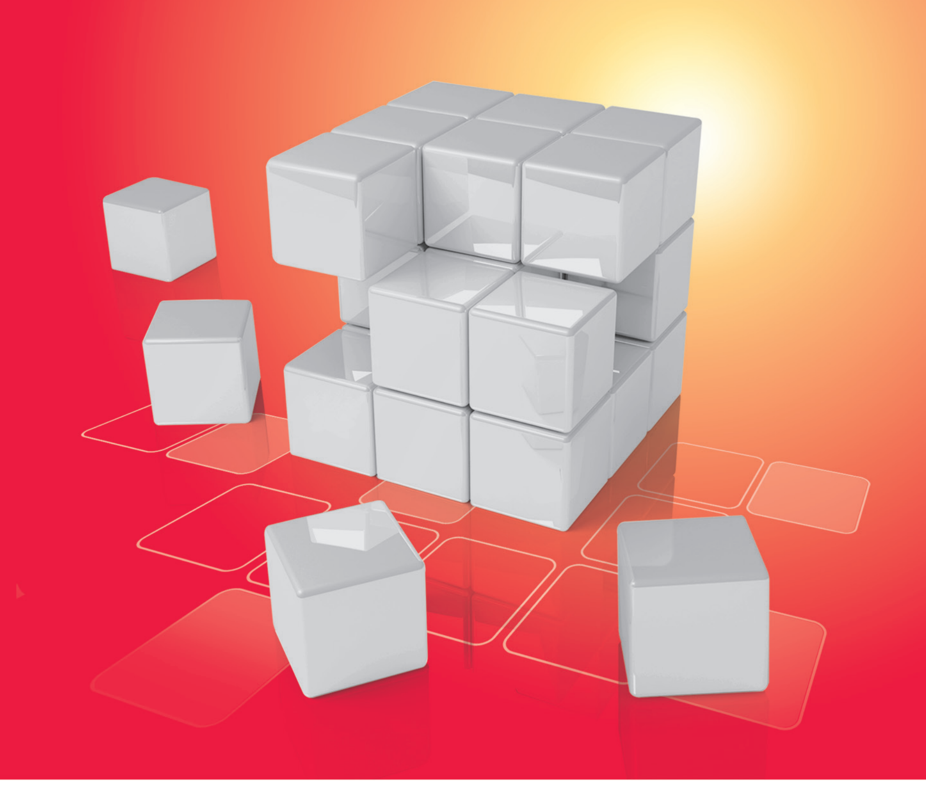
Aritmética

Actividades



Contenido

Unidad 1

RECUERDA

Terence Tao (1975 - actualidad)

Nació en Adelaida, Australia; a temprana edad ya exhibía habilidades extraordinarias para las matemáticas. Tao asistía a asignaturas de matemáticas de nivel universitario a la edad de nueve años; fue el participante más joven de la historia en la Olimpiada Internacional de Matemática, compitiendo primero con diez años de edad y ganando una medalla de bronce, plata y oro respectivamente. A los 14 años empezó a asistir al Research Science Institute del Instituto Tecnológico de Massachusetts. Recibió su graduación bachelor y máster de la Universidad Flinders a los 17 años. En 1992 ganó una Beca Fulbringht para cursar estudios de posgrado en Estados Unidos. De 1992 a 1996, Tao fue un estudiante de grado superior en la Universidad de Princeton bajo la dirección de Elias Stein, recibiendo su doctorado a la edad de 20 años. Ese mismo año entró en la Universidad de California en Los Ángeles.

Recibió el Premio Salem en el año 2000, el Premio Bôcher en el 2002 y el Clay Research Award en el 2003 por sus contribuciones al análisis, incluyendo su trabajo sobre la conjetura de Kakeya y sobre los mapas de ondas. En el 2005 recibió el premio Levi L. Conant de la American Mathematical Society junto con Allen Knutson y en el 2006 recibió el premio SASTRA Ramanujan.

En el 2004, Ben Green y Tao publicaron un borrador que demostraba lo que hoy se conoce como teorema de Green-Tao. Este teorema afirma que existen progresiones aritméticas de números primos arbitrariamente largas.

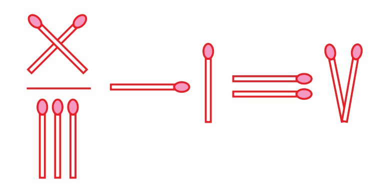
Actualmente trabaja como profesor de matemática en la Universidad de California en Los Ángeles, donde fue ascendido a profesor titular con tan solo 24 años. En agosto del 2006, recibió la Medalla Fields. Solo un mes después, en septiembre del 2006, recibió una Beca MacArthur.

Reflexiona

- *El momento en que perdonas, te quitas una carga de la espalda y puedes continuar con tu vida.*
- *El perdón es un gran acto de espíritu y demuestra valor personal. Es también una de las mejores maneras de elevar la calidad de vida.*
- *Si queremos triunfar, debemos ser totalmente honestos con nosotros mismos.*

¡Razona...!

Halla la cantidad mínima de cerillos que hay que mover para que la igualdad sea correcta.



A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Aplicamos lo aprendido

TEMA 1: TEORÍA DE CONJUNTOS

1 Dado el conjunto: $B = \{1; \{1\}; 2; 3\}$
Indica verdadero (V) o falso (F):

I. $1 \notin B$
II. $\{1\} \in B$
III. $1 \in B$
IV. $\{2; 3\} \in B$
V. $\{2\} \notin B$

Resolución:
Se cumple:
I. $1 \notin B$ (F), pues $1 \in B$
II. $\{1\} \in B$ (V)
III. $1 \in B$ (V)
IV. $\{2; 3\} \in B$ (F), pues $\{2; 3\} \subset B$
V. $\{2\} \notin B$ (V)

A) FVVFV B) VVFFV C) VFVFV
D) FFVVF E) VFVVF

2 Halla la suma de los elementos del conjunto A:
$A = \{x / x \in \mathbb{Z}; 0 \le x \le 9\}$

Resolución:
$A = \{x/x \in \mathbb{Z}; 0 \le x \le 9\}$
$A = \{0; 1; 2; 3; ...; 9\}$

Piden la suma de sus elementos:

$$0 + 1 + 2 + 3 + ... + 9 = \frac{9(9+1)}{2} = 45$$

A) 55 B) 45 C) 35
D) 25 E) 15

3 Halla la suma de los elementos de:
$A = \{(3x + 2) \in \mathbb{N} / 2 \le x < 5\}$

Resolución:
$A = \{(3x + 2) \in \mathbb{N} / 2 \le x < 5\}$
$\Rightarrow 2 \le x < 5$ ...(1)

Multiplicando por 3 en (1):

$6 \le 3x < 15$ ...(2)
Sumando 2 en (2):
$8 \le 3x + 2 < 17$
↓
$\{8; 9; 10; ...; 16\}$
$A = \{8; 9; 10; 11; 12; 13; 14; 15; 16\}$
$\therefore \sum$ elementos de A es: 108

A) 33 B) 36 C) 48
D) 108 E) 72

4 Determina por extensión el conjunto:

$$A = \left\{\frac{n^2 - 4}{n - 2} / n \in \mathbb{N}, 1 \le n \le 5 \wedge n \ne 2\right\}$$

Da como respuesta la suma de los elementos de A.

Resolución:
$A = \{\frac{n^2 - 4}{n - 2} / n \in \mathbb{N}, 1 \le n \le 5\}$
↓
$\{1; 2; 3; 4; 5\}$ $(n \ne 2)$
$A = \{n + 2 / n \in \mathbb{N}, 1 \le n \le 5\}$
$A = \{3; 5; 6; 7\}$
$\therefore \sum$ elementos de A es: 21

A) 22 B) 25 C) 30
D) 28 E) 21

5 Sean A y B dos conjuntos iguales tales que:
$A = \{3^{a-b}; 243\}$
$B = \{3^{b+2}; 27\}$
Calcula: $2a - b$

Resolución:
Se tiene:
$A = \{3^{a-b}; 243\} = \{3^{a-b}; 3^5\}$
$B = \{3^{b+2}; 27\} = \{3^{b+2}; 3^3\}$
Por dato: $A = B$
Entonces se cumple:
$3^{a-b} = 3^3 \quad \wedge \quad 3^{b+2} = 3^5$
$\Rightarrow a - b = 3 \quad \Rightarrow b + 2 = 5$
$a - (3) = 3 \quad b = 3$
$a = 6$
Nos piden: $2a - b = 2(6) - 3 = 9$

A) 8 B) 9 C) 10
D) 12 E) 15

6 Sean los conjuntos:
$M = \{2m + 1 / m \in \mathbb{N}; 0 < m \le 5\}$
$N = \{3; 5; 7; 9\}$
De las proposiciones:
I. $M = N$
II. $M \ne N$
III. $M \subset N$
IV. $N \subset M$
Son verdaderas:

Resolución:
Expresamos por extensión el conjunto M:
$M = \{3; 5; 7; 9; 11\}$
Se cumple:
$\{3; 5; 7; 9\} \subset \{3; 5; 7; 9; 11\}$
$\Rightarrow N \subset M$
Luego:
I. $M = N$ (F)
II. $M \ne N$ (V)
III. $M \subset N$ (F)
IV. $N \subset M$ (V)
$\therefore$ Son verdaderas II y IV.

A) I y II B) II y III C) III y IV
D) I y III E) II y IV

7 Sean A, B y C tres conjuntos disjuntos, además:
$4^{n(A) + n(B) + n(C)} = 4096$
Halla: $n(A \cup B \cup C)$

Resolución:
$4^{n(A) + n(B) + n(C)} = 4^6$
$\Rightarrow n(A) + n(B) + n(C) = 6$
Como A, B y C son disjuntos, se cumple:
$n(A \cup B \cup C) = \underbrace{n(A) + n(B) + n(C)}_{6}$
$\therefore n(A \cup B \cup C) = 6$

(A) 6 B) 7 C) 8
D) 9 E) 5

8 Si un conjunto posee 128 subconjuntos, ¿cuántos elementos tiene este conjunto?

Resolución:
$2^{n(A)} = 128$
$2^{n(A)} = 2^7 \Rightarrow n(A) = 7$
$\therefore$ El conjunto tiene 7 elementos.

A) 1 B) 3 C) 5
(D) 7 E) 9

9 Sabiendo que el siguiente conjunto es unitario:
$A = \{a + b; a + 2b - 3; 12\}$
Calcula: $a^2 + b^2$

Resolución:
$A = \{a + b; a + 2b - 3; 12\}$
Por dato: A es unitario.
$\Rightarrow a + b = a + 2b - 3 = 12$ ...(1)
$\Rightarrow a + b = a + 2b - 3 \Rightarrow b = 3$

Reemplazando en (1):
$a + b = 12$
$a + 3 = 12 \Rightarrow a = 9$
$\therefore a^2 + b^2 = 9^2 + 3^2 = 90$

A) 59 B) 74 (C) 90
D) 108 E) 142

10 Si el conjunto T tiene 64 subconjuntos, ¿cuántos elementos tiene T?

Resolución:
Sea n el número de elementos de T, entonces, el número de subconjuntos de T es: 2^n
Por dato:
$2^n = 64$
$2^n = 2^6$
$\Rightarrow n = 6$

A) 8 B) 10 (C) 6
D) 4 E) 5

11 Indica cuál de los conjuntos es un conjunto vacío:

A) $\{2n - 1 / n \in \mathbb{N}; 3 < n < 6\}$

B) $\left\{\frac{5n+1}{3} \in \mathbb{N} / n \in \mathbb{N};\ 3 < n < 5\right\}$

C) $\{2n^2 / n \in \mathbb{N}; 1 < n < 3\}$

D) $\left\{\frac{2n+1}{3} \in \mathbb{N} / n \in \mathbb{N}; 4 \leq n < 6\right\}$

(E) $\left\{\frac{3n-1}{2} \in \mathbb{N} / n \in \mathbb{N}; 1 < n < 3\right\}$

12 Sean los conjuntos:
$A = \{4; 5; 8; 9; 11\}$
$B = \{3x + 5 / x \in \mathbb{N} \wedge x < 4\}$
$C = \{5x / x \in \mathbb{N}; 1 \leq x \leq 3\}$
Halla: $n[(A \cap B) - C]$

Resolución:
Determinamos B y C por extensión:
$B = \{5; 8; 11; 14\}$
$C = \{5; 10; 15\}$
Hallamos $A \cap B$:
$A \cap B = \{4; 5; 8; 9; 11\} \cap \{5; 8; 11; 14\} = \{5; 8; 11\}$
Luego:
$(A \cap B) - C = \{5; 8; 11\} - \{5; 10; 15\} = \{8; 11\}$
Nos piden:
$n[(A \cap B) - C] = 2$

A) 3 B) 4 C) 1
(D) 2 E) 5

13 Dados los conjuntos:
$A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$
$B = \{2; 4; 8; 6; 9\}$
Halla: $A \Delta B$

Resolución:
$A \cup B = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 8; 9\}$
$A \cap B = \{2; 4\}$
$A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B)$
$A \Delta B = \{1; 3; 5; 6; 8; 9\}$

(A) {1; 3; 5; 6; 8; 9} B) {1; 2; 3; 4; 5} C) {2; 4}
D) ∅ E) {2; 4; 6; 10; 11}

14 En una institución educativa, de 135 alumnos, 90 practican futbol, 55 básquet y 75 tenis. Si 20 alumnos practican los tres deportes y 10 no practican ninguno, ¿cuántos practican solo un deporte?

Resolución:

$a + b = 70 - x$
$a + c = 35 - y$
$b + c = 55 - z$ (+)
$a + b + c = 80 - \frac{x + y + z}{2}$

$x + y + z + 80 - \frac{x + y + z}{2} = 105$
$x + y + z = 50$

A) 25 B) 30 C) 35
D) 45 (E) 50

Claves

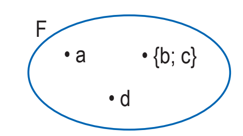
1. A	3. D	5. B	7. A	9. C	11. E	13. A
2. B	4. E	6. E	8. D	10. C	12. D	14. E

Practiquemos

NIVEL 1

Comunicación matemática

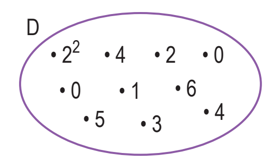
1. Del conjunto F:



Determina si es verdadero (V) o falso (F), según corresponda:

A) $\{b; c\} \subset F$ ( )
B) $\{b; c\} \in F$ ( )
C) $\{\{b; c\}\} \subset F$ ( )
D) $c \in F$ ( )
E) $\{c\} \subset F$ ( )
F) $\{c\} \in F$ ( )

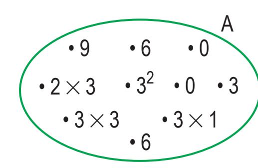
2. Sea el conjunto:



A) Determina por comprensión el conjunto D:
D = ______________________________
____

B) n(D) = ( )

3. Dado el conjunto A:



Si ordenamos en forma ascendente a todos los elementos del conjunto A:

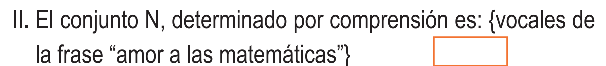
a) El 1.[er] elemento es: ( )

b) La suma del 2.° elemento y el último es igual a: ( )

Razonamiento y demostración

4. Sea el conjunto N:
N = {a; m; o; r; a; l; a; s; m; a; t; e; m; a; t; i; c; a; s}
Determina el valor de verdad de cada proposición:

I. n(N) = 19 ( )



II. El conjunto N, determinado por comprensión es: {vocales de la frase "amor a las matemáticas"} ( )

III. n(N) = 10 ( )

IV. N es un conjunto finito. ( )

5. Dados los conjuntos:
A = {{m}; p; {r; s; t}; u; v}
B = {r; s; t}
C = {r; s}
De las proposiciones:
I. $B \in A$ II. $C \subset A$ III. $C \in A$
Son verdaderas:

A) Solo I B) Solo II C) I y II
D) I y III E) Ninguna

Resolución de problemas

6. Si n(A) = 5, calcula n[P(A)].

A) 4 B) 8 C) 16
D) 32 E) 64

7. ¿Cuántos subconjuntos posee el conjunto X?
X = {0; 0; 1; 1; 2; {1}}

A) 2 B) 4 C) 6
D) 8 E) 16

8. Si n(M) = 7, indica la cantidad de subconjuntos propios de M.

A) 3 B) 7 C) 15
D) 63 E) 127

9. Si: n[P(M)] = 8 y n[P(N)] = 1
Calcula: $n(M) \times n(N)$

A) 0 B) 3 C) 1
D) 2 E) 4

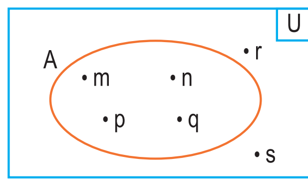
10. Si: n[P(A)] = 32 y n[P(B)] = 16
Calcula: n(A) + n(B)

A) 4 B) 5 C) 6
D) 9 E) 12

NIVEL 2

Comunicación matemática

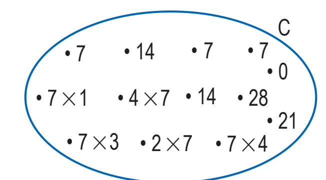
11. Sea el conjunto A:



Escribe verdadero (V) o falso (F), según corresponda:

A) $m \in A$ ( )
B) $r \in A$ ( )
C) $\{p; m\} \in A$ ( )
D) $\{m; p\} \subset A$ ( )
E) $m; n \in A$ ( )
F) n(A) = 16 ( )

12. Sea el conjunto C:



A) El conjunto C, expresado por comprensión es:

C = ______________________________

B) n(C) = ☐

C) El elemento de mayor valor de C es: ☐

Razonamiento y demostración

13. Sea el conjunto:

$M = \{x^2 + 1 / x \in \mathbb{Z}; -2 \leq x \leq 3\}$

Determina el valor de verdad de cada expresión:

I. La suma de los elementos de M es igual a 10. ☐

II. El conjunto M determinado por extensión es igual a {1; 2; 5; 10}. ☐

III. −4 es un elemento de M. ☐

IV. M es un conjunto finito. ☐

14. Dado el conjunto:

$A = \{x^2 + 3 / x \in \mathbb{Z}; -2 \leq x \leq 4\}$

Determina el valor de verdad de cada proposición:

I. A tiene 5 elementos. ☐

II. La suma de elementos de A es igual a 30. ☐

III. A determinado por extensión es igual a: {3; 2; 1; 6; 13} ☐

IV. 4 pertenece al conjunto A. ☐

Resolución de problemas

15. Si: n(A) = 5, n(B) = 4 y n(A ∩ B) = 2, halla el número de subconjuntos propios de A ∆ B.

A) 32 B) 16 C) 8
D) 31 E) 15

16. Si n(A) = 8; n(B) = 7 y n(A ∪ B) = 10, halla el número de elementos de A ∆ B.

A) 2 B) 4 C) 5
D) 1 E) 3

17. Si:

A = {3; 4; 5}
B = {3; 4; 5; 6}
C = {5; 6; 7; 8}
Halla: A − (B ∩ C)

A) {4; 5} B) ∅ C) {4}
D) {3; 5} E) {3; 4}

18. Sean los conjuntos:

P = {1; 3; 5}
Q = {x / x ∈ ℕ; x < 5}
R = {2; 4; 6; 8}
Halla: n[(Q ∪ P) − (R ∩ Q)]

A) 4 B) 5 C) 6
D) 7 E) 8

19. Sean A y B conjuntos, donde:

n(A ∪ B) = 11
n(B − A) = 5
Calcula n(A ∩ B), si (A − B) posee 63 subconjuntos propios.

A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

20. Dados los conjuntos A y B, subconjuntos del universo U, tal que:

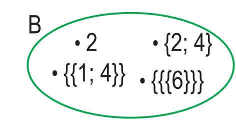
n(U) = 20; n(A ∩ B) = 3
n(A) = 12; n(B) = 11
Halla: n(A ∆ B)

A) 10 B) 17 C) 13
D) 15 E) 12

NIVEL 3

Comunicación matemática

21. Sea el conjunto B:



Escribe verdadero (V) o falso (F), según corresponda:

A) ∅ ∈ B ☐

B) {2; 4} ∈ B ☐

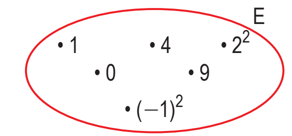
C) 4 ∈ B ☐

D) ∅ ⊄ B ☐

E) {4} ⊂ B ☐

F) 5 ∉ B ☐

22. Sea el conjunto:



A) Determina por comprensión el conjunto E:

E = ______________________________

B) n(E) = ☐

Razonamiento y demostración

23. Si: A = {1; 5; {1; 7}; ∅; {8}}

Indica verdadero (V) o falso (F), según corresponda:

I. $\varnothing \in A$

II. $\varnothing \subset A$

III. $7 \subset A$

IV. $\{1; 7\} \subset A$

A) VVFF B) VFFV C) FVFF
D) VVVV E) FFVF

24. Si los conjuntos A y B son iguales:

$A = \{m^m - 10; 12\}$

$B = \{17; p^m + 4\}$

¿Cuál de las alternativas es incorrecta?

A) $m = 3$ B) $m + p = 5$ C) $p = 3$
D) $p^m = 8$ E) $m > p$

Resolución de problemas

25. De 40 alumnos de una sección, 15 aprobaron Física, 6 aprobaron Física y Química, y 13 aprobaron Química. ¿Cuántos alumnos desaprobaron ambos cursos?

A) 18 B) 15 C) 12
D) 10 E) 6

26. De un grupo de 41 jóvenes, 15 no estudian ni trabajan, 28 no estudian y 25 no trabajan. ¿Cuántos solamente estudian?

A) 7 B) 8 C) 9
D) 10 E) 11

27. De un grupo de 100 personas de la tercera edad se tiene la siguiente información:

- 30 jugaron fútbol alguna vez.
- 20 nunca jugaron tenis.
- 5 personas nunca jugaron fútbol ni tenis.
- 15 personas jugaron fútbol y tenis.

¿De las personas que nunca jugaron fútbol, cuántos jugaron tenis alguna vez?

A) 20 B) 25 C) 55
D) 65 E) 70

28. En una encuesta realizada, 14 personas escuchan la emisora A; 19 personas, la emisora B; y 7 personas escuchan ambas emisoras. Si el total de personas encuestadas es 30, ¿cuántas no escuchan alguna de estas emisoras?

A) 6 B) 5 C) 2
D) 3 E) 4

29. En los comicios electorales para elegir al alcalde de Lima se presentaron tres candidatos; en las 165 primeras mesas se registraron los siguientes datos:

- En 90 mesas votaron por A.
- En 84 mesas votaron por B.
- En 86 mesas votaron por C.
- En 26 mesas votaron solo por B.
- En 28 mesas votaron solo por A.
- En 24 mesas votaron solo por C.
- En 8 mesas votaron por los tres.

¿En cuántas mesas votaron por A y B solamente?

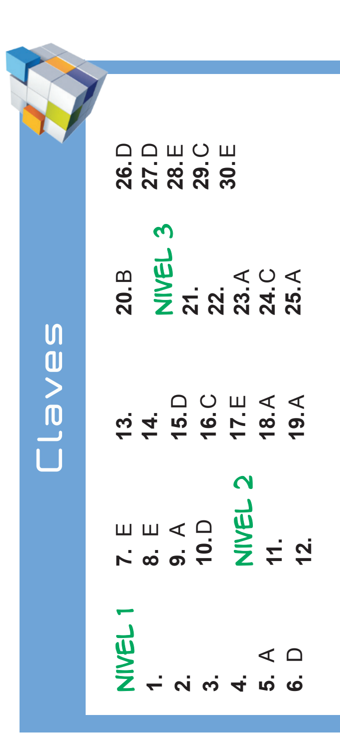
A) 20 B) 35 C) 25
D) 40 E) 30

30. De 180 alumnos que les gusta los cursos de Aritmética, Álgebra y Física se sabe que:

- A 34 les gusta Aritmética, pero no Álgebra.
- A 28 les gusta Aritmética, pero no Física.
- A 26 les gusta Álgebra, pero no Aritmética.
- A 18 les gusta Álgebra, pero no Física.
- A 56 les gusta Física, pero no Aritmética.
- A 54 les gusta Física, pero no Álgebra.

¿A cuántos les gusta los tres cursos mencionados?

A) 92 B) 62 C) 82
D) 64 E) 72



Aplicamos lo aprendido

TEMA 2: CONJUNTO DE LOS NÚMEROS NATURALES (IN)

1 Sean a, b, n ∈ IN tal que:

$n = a^2 + 2ab + b^2$

Halla n expresado como la suma de dos números, elevados al cuadrado.

Resolución:

Tenemos:

$n = a^2 + 2ab + b^2$

$n = \underbrace{a^2 + ab} + \underbrace{ab + b^2}$

$n = a\underline{(a+b)} + b\underline{(a+b)}$ prop. distributiva

$n = (a+b) \times (a+b)$

$n = (a+b)^2$

A) $(a+n)^2$ B) $(a+1)^2$ C) $(b+1)^2$
D) $(2a+b)^2$ $\textcircled{E}$) $(a+b)^2$

2 Resuelve:

$[2 \times \sqrt[4]{256} + 3 \times (245 \div 7) + (19 - 17)] \div 5$

Resolución:

$[2 \times 4 + 3 \times 35 + 2] \div 5$

$= [8 + 105 + 2] \div 5$

$= [115] \div 5$

$= 23$

A) 40 B) 20 $\textcircled{C}$) 23
D) 15 E) 13

3 Efectúa:

$A = \dfrac{(5^2 - 3^2)^2}{\sqrt[3]{\sqrt{9} + \sqrt{25}}}$

Resolución:

Efectuando:

$A = \dfrac{(25 - 9)^2}{\sqrt[3]{3 + 5}}$

$A = \dfrac{(16)^2}{\sqrt[3]{8}}$

$A = \dfrac{256}{2}$

$A = 128$

A) 126 B) 127 C) 125
D) 124 $\textcircled{E}$) 128

4 En una sustracción, el minuendo es el triple que el sustraendo y la suma de los términos de dicha sustracción es igual a 210. Halla la diferencia.

Resolución:

Sea la sustracción:

$M - S = D$

Por dato:

$M = 3S$ ...(I)

$M + S + D = 210$

$M = 105$ ...(II)

De (I) y (II):

$3S = 105$

$S = 35$

Luego: $D = M - S$

$D = 105 - 35$

$D = 70$

A) 71 $\textcircled{B}$) 70 C) 69
D) 72 E) 68

5 El producto de dos números pares consecutivos es igual a 728. Calcula la suma de ambos factores.

Resolución:

Sean los números pares consecutivos: 2k y 2k + 2, donde k ∈ IN.

Luego, por dato:

$2k \times (2k + 2) = 728$

$4k \times (k + 1) = 728$

$k \times (k + 1) = 182$

$\underline{k} \times \underline{(k + 1)} = \underline{13} \times \underline{14}$

Entonces, los números son:

$2k = 26$ y $2k + 2 = 28$

Nos piden:

$26 + 28 = 54$

$\textcircled{A}$) 54 B) 56 C) 48
D) 50 E) 52

6 El producto de dos números es igual a 6996. Si al multiplicando se le aumenta 10 unidades, el producto se incrementa en 1320. Halla el multiplicando.

Resolución:

Sea la multiplicación:

Multiplicando → $A \times B = 6996$ → Multiplicador

Por dato:

$(A + 10) . B = 6996 + 1320$

$A \times B + 10B = 8316$

$6996 + 10B = 8316$

$10B = 1320$

$B = 132$

$\Rightarrow A = 53$

A) 54 B) 52 C) 50
$\textcircled{D}$) 53 E) 51

7 Al dividir un número n entre 42, se obtiene como residuo un número natural que es el triple del cociente. Halla el mayor valor de n.

Resolución:

Se cumple: $n = 42q + 3q$ (D = n, d = 42, r = 3q)

Por propiedad:

$0 < r < d \Rightarrow 0 < 3q < 42$

$0 < q < 14$

$\rightarrow$ 1; 2; 3; ...; 12; (13)

Luego; el mayor valor de n es igual a: $n = 42 \times 13 + 3 \times 13$

$n = 585$

A) 580 (B) 585 C) 550
D) 575 E) 590

8 En una división inexacta, el dividendo es 497, el residuo por defecto 2 y el residuo por exceso 9. Halla el cociente.

Resolución:

Sea la división inexacta:

$D = dq + r$

Por dato:

$D = 497, r = 2; r_e = 9$

Se cumple:

$d = r + r_e$

$d = 2 + 9 = 11$

Luego: $497 = 11q + 2$

$495 = 11q \Rightarrow q = 45$

(A) 45 B) 46 C) 42
D) 43 E) 44

9 La diferencia entre dos números es 191 y su cociente es 12 dejando un residuo que es el mayor posible. Halla el mayor de dichos números.

Resolución:

Sean los números A y B, por dato:

$A - B = 191$ ... (I)

$A = B(12) + B - 1$

$A = 13B - 1$ ... (II)

Reemplazando (II) en (I):

$13B - 1 - B = 191$

$12B = 192$

$B = 16 \Rightarrow A = 207$

A) 201 B) 205 (C) 207
D) 206 E) 204

10 Un granjero compra cierto número de gallinas a S/.1020. Si las vende a S/.1360 ganando S/.5 por cada una de ellas, ¿cuántas gallinas compró?

Resolución:

Sea x la cantidad de gallinas.

Por dato:

$1360 = 1020 + 5x$ (P. venta = P. costo + Ganancia)

$\Rightarrow 5x = 340$

$x = 68$

A) 67 B) 65 C) 66
D) 69 (E) 68

11 Las edades de María y Andrea en la actualidad suman 24 años. Si dentro de tres años la edad de María será el quíntuple de la edad de Andrea, ¿qué edad tiene actualmente Andrea?

Resolución:

Sea M la edad de María y A la edad de Andrea.

Por dato:

$M + A = 24$ ... (I)

$M + 3 = 5(A + 3)$

$M + 3 = 5A + 15$

$M = 5A + 12$ ... (II)

(II) en (I):

$5A + 12 + A = 24$

$6A = 12$

$A = 2$ años

A) 4 años B) 5 años (C) 2 años
D) 3 años E) 1 año

12 Entre Alberto y Carlos tienen en total S/.5436. Si Alberto tiene cinco veces lo que tiene Carlos, ¿cuánto más tiene Alberto que Carlos?

Resolución:

Sea la cantidad que tiene Alberto: A

Sea la cantidad que tiene Carlos: C

Del enunciado:

$A + C = 5436$

Además: $A = 5C$

Luego: $5C + C = 5436$

$6C = 5436$

$C = 906 \Rightarrow A = 4530$

Nos piden: $A - C = 4530 - 906 = 3624$

A) S/.3226 (B) S/.3624 C) S/.3612
D) S/.3625 E) S/.3642

13 Roberto compró 7 docenas de vasos de cristal a S/.20 cada docena para venderlos a S/.4 cada vaso. ¿Cuánto ganó, si se rompieron 8 vasos?

Resolución:

Gastó en total 7×20 = S/.140

Unidades en total: $12 \times 7 = 84$

Precio de venta (unidad): S/.4

Entonces:

$4 \times (84 - 8) = 140 + \text{ganancia}$ (P. venta, P. costo)

Ganancia = $304 - 140$

Ganancia = S/.164

(A) S/.164 B) S/.166 C) S/.165
D) S/.163 E) S/.167

14 Martín compró un televisor a S/.1210 el cual pagó con billetes de S/.20 y S/.50. Halla la cantidad de billetes de S/.20, si este es el triple de la cantidad de billetes de S/.50.

Resolución:

Sea a la cantidad de billetes de S/.20 y b la cantidad de billetes de S/.50, entonces:

$a \times 20 + b \times 50 = 1210$

Además: $a = 3b$

$\Rightarrow (3b) \times 20 + 50b = 1210$

$60b + 50b = 1210$

$110b = 1210$

$b = 11$

$\therefore a = 3b = 3(11) = 33$

A) 36 B) 34 C) 35
D) 32 (E) 33

Claves

1. E 2. C 3. E 4. B 5. A 6. D 7. B 8. A 9. C 10. E 11. C 12. B 13. A 14. E

Practiquemos

NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Completa:

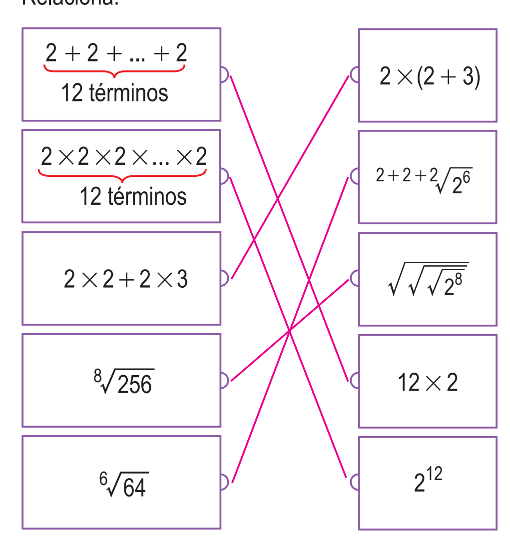
A)
```
   1 2   4 5 7 +
  □
 5 2 8   7 8 4
           9 2
         6 3 5
 -------------
 6 3 7   9 8 6
```

B)
```
  □           –
    9 4 8 5 1
  -----------
    7 0 5 8 6
```

C)
```
       9 2  +
 4   2 7 □
     2 □ 2
 ----------
 □ □ 0 5
```

D)
```
 3 1 □ □  –
 1 □ 5 8
 ---------
 □ 1 8 4
```

2. Relaciona:



3. Determina:

A) $\underbrace{2\times2\times2\times2\times...\times2\times2}_{13 \text{ términos}} =$ □

B) $2\times2\times3\times3\times2\times2\times3\times3\times2\times2\times3\times3 =$ □ $\times$ □

C) $8+8+2\times4+4\times2+8\times1 =$ □ $\times$ □

D) $\sqrt[3]{\square^2} = 4$

Razonamiento y demostración

4. Si: $1+2+3+...+k = \frac{k(k+1)}{2}$, $k \in \mathbb{N}$

Halla S en términos de k

$S = 2+4+6+8+...+2k.$

A) k B) $k^2 - k$ C) $k^2 + k$
D) $k - 1$ E) $k^2 + 1$

5. Si $\{x, a, b, c\} \subset \mathbb{N}$ y además:

$(x+1)^2 = ax^b + cx + 1$

Halla: $a + b + c$

A) 6 B) 7 C) 4
D) 3 E) 5

Resolución de problemas

6. Resuelve:

$2^3 \times 7 + [3\times(5^2 - 4\times3) + 6] \div 5$

A) 64 B) 63 C) 65
D) 67 E) 66

7. Si $2^{n-1} - 7 = m$; $\{n, m\} \subset \mathbb{N}$ y además:

$K = \underbrace{2\times2\times...\times2}_{n \text{ veces}}$

$L = \underbrace{2+2+...+2}_{m \text{ veces}}$

Halla: $K - L$

A) 14 B) 16 C) 8
D) 18 E) 24

8. El producto de dos números es 390. Si al multiplicador se le resta 8, el producto disminuye en 120. Halla el multiplicador.

A) 20 B) 22 C) 24
D) 26 E) 19

9. En una división inexacta el residuo por defecto es 18 y el residuo por exceso 17. Si el divisor es el quíntuple del cociente, halla el dividendo.

A) 263 B) 260 C) 261
D) 262 E) 264

10. Halla el residuo de dividir a entre b si:

$a = \sqrt[3]{25\sqrt[3]{25\sqrt[3]{125}}} - 1$

$b = \sqrt{\sqrt{144} + \sqrt{16}}$

A) 8 B) 0 C) 2
D) 1 E) 4

NIVEL 2

Comunicación matemática

11. Completa:

a)

$$\begin{array}{r} \square\ 8\ \square\ \square \ \times \\ 9 \\ \hline \square\ 0\ \square\ 8\ 7 \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{l|l} 3\ \square\ \square\ 4 & \square\ \square \\ \cline{2-2} \underline{2\ 8} & 1\ \square\ \square \\ \ \ 3\ 6 & \\ \ \ \underline{2\ \square} & \\ \ \ \ \ \square\ 4 & \\ \ \ \ \ \underline{\square\ \square} & \\ \ \ \ \ -\ - & \end{array}$$

12. Completa el siguiente cuadro:

x	4	9	16	25	36	49
$\sqrt{x}$						
$\sqrt{x^3}$						

Razonamiento y demostración

13. Si se cumple:

$(m + n)(m - n) = am^b - cn^d$

donde $\{m; n; a; b; c; d\} \subset \mathbb{N}$ y $m > n$.

Indica verdadero (V) o falso (F).

I. $ab > cd$ ☐

II. $b > a \wedge d > c$ ☐

III. $a = b + 1$ ☐

IV. $d^c \geq d$ ☐

14. Halla:

$S = 4 + 8 + 12 + 16 + 20 + ... + 4n$

A) $n(n + 1)$ B) $4n(n + 1)$

C) $\frac{n(n+1)}{2}$ D) $2n(n + 1)$

E) $n + 1$

Resolución de problemas

15. Resuelve:

$$\sqrt{\left(\sqrt{16+\sqrt[3]{27}^{2}}+9^{2}\right)\div 2-7}+7\times 2^{2}$$

A) 30 B) 32 C) 34 D) 31 E) 33

16. Resuelve:

$$\sqrt[3]{\sqrt{[(\sqrt{36}-\sqrt{9})\times\sqrt{81}]^{2}}}-2\times(\sqrt{289}+8^{2})^{0}$$

A) 2 B) 1 C) 3
D) 0 E) 4

17. Halla S:

$S = 1\times 11 + 2\times 10 + 3\times 9 + ... + 11\times 1$

A) 280 B) 292 C) 286
D) 281 E) 290

18. El producto de dos números es 228. Si se aumenta 9 unidades tanto al multiplicando como al multiplicador, el producto se incrementa en 360. Halla el multiplicando, si la diferencia entre este y el multiplicador es 7.

A) 17 B) 20 C) 18
D) 19 E) 21

19. Al dividir un número N entre 16 se obtiene un residuo que es igual al cuadrado del cociente. Halla el mayor valor de N.

A) 57 B) 60 C) 58
D) 56 E) 59

20. En una división inexacta, el cociente es 25 y el residuo 17. Halla el dividendo, si es menor que 492.

A) 466 B) 476 C) 467
D) 470 E) 477

NIVEL 3

Comunicación matemática

21. Indica si es verdadero (V) o falso (F), según corresponda:

A) El conjunto de los números naturales es ordenado y finito. ☐

B) Si $b \in \mathbb{N}$, entonces: $2b + 1 \leq (b + 1)^2$ ☐

C) Para todo $a \in \mathbb{N}$: $(a + 1)^2 + 2(a + 1) + 1 = (a + 2)^2$ ☐

D) $(2 + 8) + 7 = 10 - 7$ ☐

22. Indica la propiedad que se está empleando en cada expresión:

A) $7 \times (13 + 8) = 91 + 56$

____

B) $27n = 3 \times 9n$

____

C) $2^3 + 2^4 \times 7 = 8(1 + 14)$

____

D) $x^2y^3 = (xy)^2y$

____

Razonamiento y demostración

23. Sea $a_n = n$; $n \in \mathbb{N}$, si:

$a_{n+1} = a_n q_1 + r_1$

$a_{n+2} = a_{n+1} q_2 + r_2$

$a_{n+3} = a_{n+2} q_3 + r_3$

Donde $\{q_1; q_2; q_3; r_1; r_2; r_3\} \subset \mathbb{N}$. Determina si es verdadero (V) o falso (F), según corresponda:

A) $q_1 < q_2 < q_3$ ( )

B) $(q_3 - q_1)^{r_2 + r_3} = 0$ ( )

C) $a_{n+3} > a_n$ ( )

D) $q_1 = r_1 = q_2 = r_2 = q_3 = r_3$ ( )

24. Sea $P_n = \sqrt{n+1}$ y $q_n = P_n^3$, para todo $n \in A$, donde:
$A = \{x^2 - 1 / x \in \mathbb{N} \wedge 0 < x < 7\}$

Indica verdadero (V) o falso (F), según corresponda:

A) $\sqrt{P_{15}} \in \mathbb{N}$ ( )

B) $P^2_n > \sqrt[3]{q^2_n}$ ( )

C) $q_{35} - q_{24} = 7 \times 13$ ( )

D) $(P_0 + q_0)^{P_8} \neq q_3$ ( )

Resolución de problemas

25. Halla la suma de las primeras cinco cifras del resultado de la siguiente suma:
$1 + 12 + 123 + 1234 + ... + 123\,456\,789$

A) 17 B) 19 C) 20
D) 16 E) 18

26. Si: $a = \underbrace{3 \times 3 \times ... \times 3}_{b \div n \text{ veces}}$ $\quad b = \underbrace{5 + 5 + ... + 5}_{n \text{ veces}}$

Halla:

$(\sqrt[b]{a^n} + b \div 5 - n + 24) \div 9$

A) 4 B) 5 C) 3
D) 2 E) 1

27. Un alumno multiplica un número por 132 en lugar de multiplicarlo por 123, obteniendo un producto mayor en 171 al producto original. Halla la suma de cifras del producto original.

A) 16 B) 14 C) 13
D) 15 E) 17

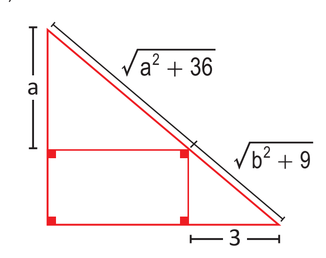
28. Halla:
$S = 1 \times 3 + 2 \times 4 + 3 \times 5 + ... + 18 \times 20$

A) 2451 B) 2452 C) 2524
D) 2631 E) 2450

29. La suma de los 4 términos de una división inexacta es 84. Si el cociente es 4 y el residuo es 10, halla el divisor.

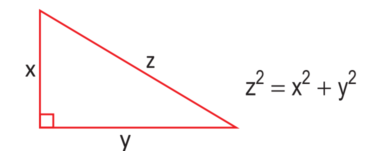
A) 10 B) 12 C) 9
D) 11 E) 13

30. Si $a + b = 12$, además:

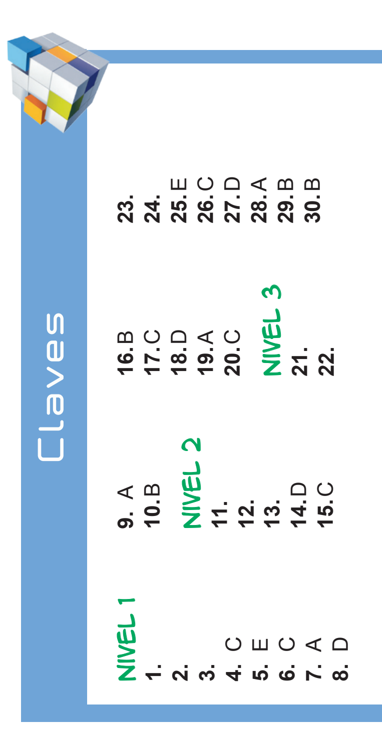


Halla: $\sqrt{a^2 + 36} + \sqrt{b^2 + 9}$

Sugerencia:



A) 16 B) 15 C) 14
D) 12 E) 13



Aplicamos lo aprendido

TEMA 3: NUMERACIÓN

1 Halla n, si:
$32_{(n)} = 20$

Resolución:

$32_{(n)} = 20$
$3n + 2 = 20$
$3n = 18$
$n = 6$

A) 2 B) 4 $\textcircled{C}$) 6
D) 8 E) 3

2 Si: $234_{(5)} = \overline{ab}$
Calcula: $\left(\frac{b+3}{a}\right)$

Resolución:

$234_{(5)} = \overline{ab}$
$2 . 5^2 + 3 . 5 + 4 = \overline{ab}$
$50 + 15 + 4 = \overline{ab}$
$\overline{ab} = 69$
$\Rightarrow a = 6 \wedge b = 9$
Piden: $\frac{b+3}{a} = \frac{9+3}{6} = \frac{12}{6} = 2$

A) 1 $\textcircled{B}$) 2 C) 3
D) 69 E) 15

3 Halla n, si:
$\overline{2n} + \overline{1n} + \overline{3n} = 78$

Resolución:

$\overline{2n} + \overline{1n} + \overline{3n} = 78$
$(20 + n) + (10 + n) + (30 + n) = 78$
$60 + 3n = 78$
$3n = 18 \Rightarrow n = 6$

A) 1 B) 2 C) 5
D) 4 $\textcircled{E}$) 6

4 Si: $\overline{4ab} = 11.\overline{ab}$
Halla: a + b

Resolución:

$\overline{4ab} = 11\ \overline{ab}$
$400 + \overline{ab} = 11\ \overline{ab}$
$400 = 10\ \overline{ab}$
$40 = \overline{ab} \Rightarrow a = 4 \wedge b = 0$
Piden: $a + b = 4 + 0 = 4$

A) 3 B) 6 C) 8
D) 7 $\textcircled{E}$) 4

5 Dado: $202_{(3)} = \overline{pq}$
Halla: $p^2 + q^2$

Resolución:

$202_{(3)} = \overline{pq}$
$3^2(2) + 3(0) + 2 = \overline{pq}$
$18 + 2 = \overline{pq}$
$20 = \overline{pq} \Rightarrow p = 2 \wedge q = 0$
Piden: $p^2 + q^2 = 2^2 + 0^2 = 4$

A) 6 B) 9 $\textcircled{C}$) 4
D) 5 E) 7

6 Halla (a + b), si:
$\overline{6ab} = 13 . \overline{ab}$

Resolución:

$\overline{6ab} = 13 . \overline{ab}$
$600 + \overline{ab} = 13\overline{ab}$
$600 = 12\overline{ab}$
$50 = \overline{ab} \Rightarrow a = 5 \wedge b = 0$
Piden: $a + b = 5 + 0 = 5$

A) 4 B) 3 $\textcircled{C}$) 5
D) 6 E) 7

7 Halla a, si: $\overline{5a6}_{(7)} = 427_{(8)}$

Resolución:

$\overline{5a6}_{(7)} = 427_{(8)}$

A base 10:

$5 . 7^2 + a . 7 + 6 = 4 . 8^2 + 2 . 8 + 7$

$245 + 7a + 6 = 256 + 16 + 7$

$7a + 251 = 279$

$7a = 28$

$\therefore a = 4$

A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 **E) 4**

8 Halla a, si: $\overline{2a4}_{(8)} = 444_{(6)}$

Resolución:

$\overline{2a4}_{(8)} = 444_{(6)}$

A base 10:

$2 . 8^2 + a . 8 + 4 = 4 . 6^2 + 4 . 6 + 4$

$128 + 8a + 4 = 144 + 24 + 4$

$8a + 132 = 172$

$8a = 40$

$\therefore a = 5$

A) 6 B) 1 **C) 5**
D) 3 E) 2

9 Expresa $210_{(6)}$ en base 5.

Resolución:

$210_{(6)}$ a base 5:

$210_{(6)} = 2 . 6^2 + 1 . 6 + 0 = 78$

$210_{(6)} = 78$

78 ÷ 5 = 15, residuo ③; 15 ÷ 5 = ③, residuo ⓪

$\therefore 210_{(6)} = 303_{(5)}$

A) $303_{(5)}$ B) $333_{(5)}$ C) $334_{(5)}$
D) $344_{(5)}$ E) $340_{(5)}$

10 Halla n, si:
$1111_{(n)} = 37. (n + 1)$

Resolución:

$1111_{(n)} = 37(n + 1)$

$n^3 + n^2 + n + 1 = 37n + 37$

$n^3 + n^2 - 36n - 36 = 0$

$n^2(n + 1) - 36(n + 1) = 0$

$(n^2 - 36)(n + 1) = 0$

$(n + 6)(n - 6)(n + 1) = 0$

$n = -6 \lor n = 6 \lor n = -1$

$\therefore n = 6$

A) 4 B) 5 **C) 6**
D) 7 E) 8

11 Si: $274_{(m)} = 356_{(n)}$, $m < 9$
Halla: m + n

Resolución:

$274_{(m)} = 356_{(n)} \land m < 9$ (dato)

$274 < 356$

$\Rightarrow m > n$

Analizando las bases:

$6 < n < m < 9$

$\Rightarrow m = 8 \land n = 7$

$\therefore m + n = 15$

A) 16 B) 14 C) 18
D) 15 E) 13

12 Si: $\overline{5n0}_{(7)} = \overline{abc5}_{(n)}$
Halla: a + b + c

Resolución:

$\overline{5n0}_{(7)} = \overline{abc5}_{(n)}$

$\overline{5n0}_{(7)} \Rightarrow n < 7$; $\overline{abc5}_{(n)} \Rightarrow 5 < n$ } $5 < n < 7 \Rightarrow n = 6$

$560_{(7)} = \overline{abc5}_{(6)}$

$560_{(7)} = 5 \times 7^2 + 6 \times 7 + 0 = 287$

$287 = 1155_{(6)} = \overline{abc5}_{(6)}$

$\Rightarrow a = 1$

$b = 1$

$c = 5$

$\therefore a + b + c = 7$

A) 8 **B) 7** C) 10
D) 9 E) 6

13 Si los numerales: $\overline{b45}_{(8)}$; $\overline{aa3}_{(b)}$; $\overline{125}_{(a)}$ están correctamente escritos, halla a+ b.

Resolución:

Si los numerales están correctamente escritos:

$\overline{b45}_{(8)}$; $\overline{aa3}_{(b)}$; $\overline{125}_{(a)}$

Analizando:

$b < 8$; $a < b$; $5 < a$

$5 < a < b < 8$

↑ 6, ↑ 7

Piden: $a + b = 13$

A) 12 **B) 13** C) 15
D) 16 E) 20

14 El mayor número de 3 cifras del sistema de base **n** se escribe en el sistema senario como 2211. Halla n.

Resolución:

$\overline{(n - 1)(n - 1)(n - 1)}_{(n)} = 2211_{(6)}$

$n^3 - 1 = 511$

$n^3 = 512$

$\therefore n = 8$

A) 7 B) 9 C) 11
D) 10 **E) 8**

Claves

1. C	3. E	5. C	7. E	9. A	11. D	13. B
2. B	4. E	6. C	8. C	10. C	12. B	14. E

Practiquemos

NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Escribe el número que corresponda:

A) 7 CMi + 3 UM = ☐

B) 4 CMi + 5 UM + 3 D + 4 C = ☐

C) 2 DMi + 1 CM + 3 D + 2 U = ☐

D) 9 DMi + 5 CM + 3 UM + 3 C + 4 U = ☐

2. Sea el número 8 913 472; determina:

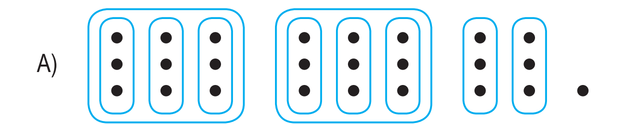
A) V. A. (8) + V. R. (7) = ☐

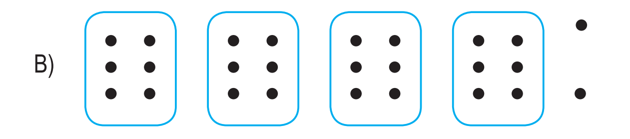
B) V. R. (9) − V. R. (4) = ☐

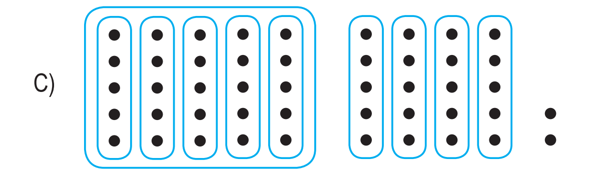
C) V. A. (3) + V. R. (4) + V. R. (7) = ☐

D) V. A. (7) − V. A. (4) + V. R. (3) = ☐

3. Escribe el numeral que corresponde a cada esquema gráfico:

A) 

B) 

C) 

Razonamiento y demostración

4. Indica verdadero (V) y falso (F), según corresponda:

I. Si $\overline{(2a)4(3-a)}$ es un numeral capicúa, entonces: $a^2 + a = 3$ ☐

II. Si $\overline{a7}_{(m)} = \overline{p8}_{(n)}$; donde m > n, entonces p > a. ☐

III. Si $\overline{ab} - 9 = a + b$; entonces a = 1. ☐

5. Si $\overline{ab} + a + b = 24$, se puede afirmar:

I. Si b = 3, entonces a = 2.

II. Si a = 2, entonces b = 1.

III. Si a = 1, entonces el numeral $\overline{ab}$ no existe.

A) Solo I B) Solo II C) Solo III
D) I y II E) II y III

Resolución de problemas

6. Halla: $(x^2 + 1)$

Si: $\overline{3x}_{(7)} = 35_{(6)}$

A) 3 B) 4 C) 5 D) 7 E) 8

7. Halla x.

Si: $\overline{x0}_{(8)} = 31_{(5)}$

A) 1 B) 3 C) 4 D) 6 E) 2

8. Calcula n.

Si: $\overline{8n2}_{(9)} = 713$

A) 6 B) 5 C) 4 D) 8 E) 7

9. Halla x.

Si: $\overline{x46}_{(7)} = 279$

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

10. Halla m.

Si: $\overline{2m13}_{(4)} = 135$

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 0

NIVEL 2

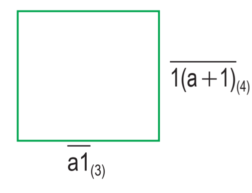
Comunicación matemática

11. Observa y marca con un aspa los numerales que están mal escritos.

$19_{(8)}$	$2401_{(5)}$	$333_{(4)}$	$78_{(9)}$
$333_{(3)}$	$1911_{(11)}$	$230_{(8)}$	$11001_{(2)}$

12. Si la siguiente figura es un cuadrado:

Determina: $a^3 - 1$



A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

Razonamiento y demostración

13. Indica verdadero (V) o falso (F), según corresponda:

I. Si $3a = \overline{ab}_{(2)}$, entonces b = 1. ☐

II. Si $\overline{1a} < 15$, entonces $\overline{1a}_{\overline{bn}} = n + \overline{ba}$. ☐

III. Si $\overline{nnn2}_{(4)} = 4^4 - 2$, entonces n = 2. ☐

14. Si se cumple: $92 + \overline{ab}_{(8)} = \overline{x44}$

Se puede afirmar:

I. b es una cifra par.
II. x puede ser igual a 2.
III. b es una cifra impar.

Resolución de problemas

15. Halla x.

Si: $\overline{xxx}_{(8)} = 511$

A) 6 B) 5 C) 3 D) 4 E) 7

16. Halla n.

Si: $\overline{3n0} = 226_{(13)}$

A) 7 B) 4 C) 8 D) 6 E) 5

17. Convierte $842_{(9)}$ a base decimal. Indica la suma de sus cifras.

A) 20 B) 24 C) 18 D) 19 E) 21

18. Convierte 672 al sistema cuaternario.

A) $20220_{(4)}$ B) $20200_{(4)}$ C) $210210_{(4)}$
D) $212210_{(4)}$ E) $22200_{(4)}$

19. Convierte 583 al sistema binario.

A) $1001000111_{(2)}$ B) $111000100_{(2)}$ C) $1111000011_{(2)}$
D) $1111100011_{(2)}$ E) $1111100_{(2)}$

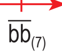
20. Convierte 572 a base 7.

A) $2046_{(7)}$ B) $2051_{(7)}$ C) $1445_{(7)}$
D) $2345_{(7)}$ E) $2345_{(7)}$

NIVEL 3

Comunicación matemática

21. Si los números están ubicados correctamente en la recta numérica:



Se puede afirmar:

I. $a^2 + b^2 = 41$ II. $a < b$ III. $a = 6$

A) Solo I B) Solo II C) II y III
D) I y III E) Todas

22. Completa los recuadros:

A) $53 = 203_{(\square)}$

B) $1\square1\square_{(3)} = 48$

C) $2^{\square} = 11_{(3)}$

D) $\overline{\square\square\square\square}_{(4)} + 1 = 4^4$

Razonamiento y demostración

23. Indica verdadero (V) o falso (F), según corresponda:

I. Si $m \times \overline{ab} = \overline{abc}$; entonces $c = 0$; $m \in \mathbb{Z}^+$. ( )

II. Si $\overline{ab}_{\overline{1\left(\frac{a}{2}\right)}_{\overline{1\left(\frac{a}{2}\right)}_{(4)}}} = \overline{3(b+2)}$;

entonces $a = 2$. ( )

III. Si $\overline{mn}_{(4)} = 4^2 - 3$, entonces $n = 1$. ( )

24. Sean los numerales $\overline{aba}$ y $\overline{xy}_{(3)}$; tal que $\overline{aba} + x + y = 114$, entonces se puede afirmar:

I. b necesariamente debe ser igual a 1.
II. y puede ser igual a cero.
III. a puede tomar dos valores: 1 y 2

A) Solo II B) Solo III C) I y II
D) I y III E) Solo I

Resolución de problemas

25. Halla x, si: $41_{(x)} - 32_{(x)} = 5$

A) 3 B) 7 C) 8 D) 9 E) 6

26. Halla n, si: $\overline{1n5}_{(6)} = \overline{131}_{(5)}$

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

27. Halla x, si: $\overline{x42}_{(9)} = 686$

A) 4 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

28. Halla x, si: $87_{(9)} = \overline{2x1}_{(6)}$

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

29. Si $\overline{7ab} = 26(\overline{ab})$, calcula: $E = \sqrt{4a + b}$

A) 1 B) 2 C) 3 D) 5 E) 4

30. Halla $(a \times b)$, si:

$\overline{(3a)(b+1)5(7-b)(a+4)}_{(7)}$

es un número capicúa.

A) 5 B) 4 C) 6 D) 3 E) 8

Claves

NIVEL 1	7. E	13.	20. C	26. A
1.	8. E	14.	NIVEL 3	27. B
2.	9. D	15. E	21. B	28. B
3.	10. E	16. A	22.	29. E
4.	NIVEL 2	17. A	23.	30. C
5. E	11.	18. E	24. E	
6. C	12. D	19. A	25. E	

Aplicamos lo aprendido

TEMA 4: CONJUNTO DE LOS NÚMEROS ENTEROS ($\mathbb{Z}$)

1 Resuelve:

$(-7)\times 9-(-2)^4+\sqrt[3]{-19+(-2)^3}-9^2\times(-5)$

Resolución:

$(-7)\times 9-(-2)^4+\sqrt[3]{-19+(-2)^3}-9^2\times(-5)$

$=-63-16+\sqrt[3]{-19-8}-81\times(-5)$

$=-63-16+\sqrt[3]{-27}+405$

$=-63-16-3+405$

$=323$

A) 320 B) 321 C) 322
D) 323 E) 324

2 Un globo aerostático asciende 23 kilómetros y luego desciende 11 kilómetros. ¿A cuántos kilómetros se encuentra del punto de despegue?

–11 km
+23 km
h

Resolución:
Cuando el globo asciende: +23 km
Cuando el globo desciende: –11 km
Luego:
$h=23+(-11)=23-11=12$ km

A) 11 km B) 12 km C) 13 km
D) 14 km E) 15 km

3 Si $a, b\in\mathbb{Z}$ y además:

$3+a-(-7)^2-5\times(-6)=(-4)\times\sqrt[3]{64}+(-b)$

Halla: $(5^{7^9}+7^{9^{11}}+9^{11^{13}})^a\times(5^{7^9}+7^{9^{11}}+9^{11^{13}})^b$

Resolución:

$3+a-(-7)^2-5\times(-6)=(-4)\times\sqrt[3]{64}+(-b)$

$3+a-49-(-30)=(-4)\times 4+(-b)$

$a-16=-16-b$

$a=-b$

$a+b=0$

Nos piden:

$(5^{7^9}+7^{9^{11}}+9^{11^{13}})^a\times(5^{7^9}+7^{9^{11}}+9^{11^{13}})^b=(5^{7^9}+7^{9^{11}}+9^{11^{13}})^{a+b}$

$=(5^{7^9}+7^{9^{11}}\ 9^{11^{13}})^0$

$=1$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

4 Yisela sale de su casa a correr todas las mañanas. Si recorre 6 kilómetros al sur y luego 12 kilómetros al norte, ¿a qué distancia de su casa se encuentra?

Resolución:
Yisela se dirige hacia el norte: +12 km
Yisela se dirige hacia el sur: –6 km

Para saber a qué distancia se encuentra Yisela de su casa, sumamos ambas cantidades:
$(-6)+12=6$ km
Por lo tanto, Yisela se encuentra a 6 km de su casa.

A) 4 km B) 5 km C) 6 km
D) 7 km E) 8 km

5 Si $a, b\in\mathbb{Z}-\{0\}$ y además:

$(a+b)^2=2+a^2+b^2$

Halla el valor de E:

$E=[(11_{(6)})^a\times(11_{(7)})^a\times(11_{(8)})^a]^b$

Resolución:

Del enunciado:

$(a+b)^2=2+a^2+b^2$

$a^2+2ab+b^2=2+a^2+b^2$

$2ab=2$

$ab=1$

Luego:

$E=[(11_{(6)})^a\times(11_{(7)})^a\times(11_{(8)})^a]^b$

$E=[7^a\times 8^a\times 9^a]^b$

$E=7^{ab}\times 8^{ab}\times 9^{ab}$

$E=7\times 8\times 9$

$E=504$

A) 1 B) 500 C) 0
D) 505 E) 504

6 Si: $M=2\sqrt{4\sqrt{4\sqrt{4...}}}$

$N=\sqrt{M+N+\sqrt{M+N+\sqrt{M+N+...}}}$

Halla: $(N+5)^{\frac{M}{N}}+\sqrt[N]{81}+\sqrt[M-2]{64}-(-7)^2+(-M)\times(N+2)$

Resolución:

$M=2\sqrt{4\sqrt{4\sqrt{4...}}}=2\sqrt{4\left(\frac{M}{2}\right)}\Rightarrow M^2=8M\Rightarrow M=8$

$N=\sqrt[2]{M+N+\underbrace{\sqrt{M+N+...}}_{N}}=\sqrt{M+N+N}$

$N=\sqrt{8+2N}\Rightarrow N^2-2N-8=0$

$N=4;\ (N>0)$

Piden: $(4+5)^{\frac{8}{4}}+\sqrt[4]{81}+\sqrt[6]{64}-(-7)^2+(-8)(4+2)=-11$

A) 9 B) 10 C) 11
D) –10 E) –11

7 Si un termómetro marca 17°C después de haber subido 25°C, ¿cuál era la temperatura inicial?

Resolución:
$T_{inicial} = 17 - 25$
$T_{inicial} = -8$ °C

A) –10°C B) –9°C C) –8°C
D) –7°C E) –6°C

8 El ascensor de un edificio está en el sótano. Luego, sube 6 pisos y se detiene. ¿En qué piso se encuentra?

Resolución:
Sótano: –1
Nivel: x
$x - (-1) = 6$
$x + 1 = 6$
$x = 5$
Se encuentra en el 5.° piso.

A) 1.er piso B) 2.° piso C) 3.er piso
D) 4.° piso E) 5.° piso

9 De un depósito que contiene 500 litros de agua, se retiran 170 litros y luego se agregan 200 litros. Después se retiran 280 litros y se agregan x litros. ¿Cuál es el valor de x si al final el depósito contiene 400 litros?

Resolución:
Del enunciado:
$500 - 170 + 200 - 280 + x = 400$
$250 + x = 400$
$x = 150$

A) 120 litros B) 150 litros C) 160 litros
D) 180 litros D) 200 litros

10 Un ciclista recorre una carretera en sentido norte 15 kilómetros, luego da la vuelta y recorre 8 kilómetros en sentido sur; después cambia otra vez de sentido y recorre 9 kilómetros al norte; luego vuelve a cambiar de sentido recorriendo 12 kilómetros al sur. ¿A qué distancia del punto de partida se encuentra?

Resolución:
Se tiene:
$15 + (-8) + 9 + (-12) = 4$ km

A) 2 km B) 3 km C) 4 km
D) 5 km E) 6 km

11 Un avión que vuela a 742 metros sobre el mar, observa por debajo de él a un submarino que se encuentra a una profundidad de 153 metros. ¿A qué distancia se encuentra el submarino del avión?

Resolución:
Calculamos la distancia que los separa:
$742 - (-153) = 895$ metros

A) 892 m B) 893 m C) 894 m
D) 895 m E) 896 m

12 Un hombre nació en el año 1948, se casó a los 29 años y 6 años después nació su primer hijo. Si murió cuando a su primer hijo le faltaba 4 años para cumplir 25 años, ¿en qué año murió?

Resolución:
Calculamos el año en que murió:
$1948 + 29 + 6 + (25 - 4) = 2004$

A) 2001 B) 2002 C) 2003
D) 2004 E) 2005

13 Carlos y Abel parten de un mismo lugar en bicicleta. Si Carlos avanza 8 kilómetros y luego retrocede 3 kilómetros, y Abel avanza 11 kilómetros y retrocede 4, ¿A qué distancia se encuentra uno del otro?

Resolución:
Carlos: $8 + (-3) = 5$
Abel: $11 + (-4) = 7$
Por lo tanto, la distancia que los separa es de $7 - 5 = 2$ km.

A) 1 km B) 2 km C) 3 km
D) 4 km E) 5 km

14 Una persona nació en el año 17 a. C. y se casó en el año 19 d. C. ¿A qué edad se casó?

Resolución:
Edad en la que se casó:
$19 - (-17) = 19 + 17 = 36$ años

A) 34 años B) 35 años C) 36 años
D) 37 años E) 38 años

Claves

1. D 2. B 3. A 4. C 5. E 6. E 7. C 8. E 9. B 10. C 11. D 12. D 13. B 14. C

Practiquemos

NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Ordena los números de menor a mayor.

$-13;\ -47;\ 48;\ -23;\ 4;\ -1;\ 14;\ 11$

2. Escribe en cada caso el signo que corresponda (> o <).

-10 ☐ 4
0 ☐ -3
5 ☐ 15
-11 ☐ -17
-10 ☐ 0
-4 ☐ -5

3. Completa los recuadros:

☐ $+ 13 = 8$

$(-5) + (-7) =$ ☐

$(-71) - 9 =$ ☐

$25 - (-7) =$ ☐

☐ $- 10 = 14$

Razonamiento y demostración

4. Si a y b son dos números enteros tal que:

- $+1 - 2 + 3 < a < +3 - 4 + 5$
  $-8 + 9 - 10 < b < -6 + 7 - 8$

Calcula: $a + b$

A) –4 B) –5 C) 5 D) 4 E) –6

5. Si $x, y \in \mathbb{Z}$ y además:

$x + 3 - (-7) + \sqrt{4} + (-2) \times 6 = -y$

Halla: $(21 + 22 + 23 \times 517)^{x+y}$

A) –1 B) 0 C) 2 D) 1 E) –2

6. Comprueba la propiedad asociativa de la adición:

Para comprobar debes usar valores reales (números) en lugar de variables (letras).

Recuerda que la propiedad asociativa dice:

$\forall\ a, b, c \in \mathbb{Z}: a + (b + c) = (a + b) + c$

Resolución de problemas

7. Resuelve:

$(-5 + 2) \times (-4) + [3 - (-14) \div 2 + (-5)] + (-15) \div (-3)$

A) 17 B) 18 C) 19
D) 21 E) 22

8. Resuelve:

$[7^2 + \sqrt[3]{-27} + (-3)^3] \times \sqrt{4^2 + \sqrt[3]{64} + \sqrt{25}}$

A) 94 B) 95 C) 96
D) 97 E) 98

9. Luciano fabrica 2800 pantalones para cinco clientes. Si al primero entrega 700 pantalones, 820 al segundo, 650 al tercero y 510 pantalones al cuarto cliente, ¿cuántos pantalones deberá entregar al quinto cliente?

A) 210 B) 180 C) 120
D) 130 E) 140

10. Un globo aerostático asciende 270 metros y luego desciende 43 metros. ¿A cuántos metros se encuentra del punto de despegue?

A) 227 m B) 228 m C) 230 m
D) 225 m E) 226 m

11. Eder sale de su casa a correr todas las mañanas si recorre 367 metros hacia el norte y luego 639 metros hacia el sur, ¿a qué distancia de su casa se encuentra?

A) 270 m B) 271 m C) 272 m
D) 273 m E) 274 m

NIVEL 2

Comunicación matemática

12. Ubica en la recta numérica los siguientes números enteros.

$-6;\ 2;\ -4,\ 3;\ 0;\ -7;\ 1;\ -2$

(recta numérica) –5

13. Completa la tabla.

a	b	c	a – b + c	–a – b – c	–a + (–b) + c
–5	8	3			
4	–4	–6			
–1	2	–5			
–3	–1	9			

Razonamiento y demostración

14. Si $a, b \in \mathbb{Z}^+$ y además:

$\sqrt{a}(\sqrt{b} + k\sqrt{a}) = \sqrt{ab} + n;\ n, k \in \mathbb{Z}$

De las proposiciones:

I. Si $n > 0$, entonces $k > 0$.
II. Si $n = 0$, entonces $k < 0$.
III. Si $n < 0$, entonces $k < 0$.

Son verdaderas:

A) Solo I B) Solo II C) I y II
D) I y III E) Todas

15. Si $a \in \mathbb{Z}^+$ y además:

$a(b + a + 2) = (a + 1)^2$

De las proposiciones:

I. b es el inverso multiplicativo de a.

II. b es el inverso aditivo de a.

III. $[(15_{(6)})^a \times (14_{(6)})^a \times (13_{(6)})^a]^b = 990$

Son verdaderas:

A) Solo I B) Solo II C) I y II
D) I y III E) Todas

16. Comprueba la propiedad conmutativa de la adición.

Recuerda que la propiedad conmutativa de la adición dice:
$\forall$ a, b, $\in \mathbb{Z}$: $a + b = b + a$

Resolución de problemas

17. Un emperador romano nació en el año 63 a. C. y murió en el 14 d. C. ¿Cuántos años vivió?

A) 73 B) 74 C) 75
D) 76 E) 77

18. En el año 29 después de Cristo una persona cumplió 36 años. ¿En qué año nació?

A) 2 a. C. B) 4 a. C. C) 5 a. C.
D) 7 a. C. E) 9 a. C.

19. Una bomba extrae el petróleo de un pozo a 975 metros de profundidad y lo eleva a un depósito a 52 metros de altura. ¿Cuál es la distancia total que asciende el petróleo?

A) 1020 m B) 1027 m C) 1000 m
D) 1030 m E) 1010 m

20. Si un termómetro marca 9°C después de haber subido 17°C, ¿cuál era la temperatura inicial?

A) –9°C B) –10°C C) –8°C
D) –7°C E) –6°C

21. El ascensor de un edificio está en el sótano. Luego, sube 5 pisos y se detiene. ¿En qué piso se encuentra?

A) 1.° B) 2.° C) 3.°
D) 4.° E) Sótano

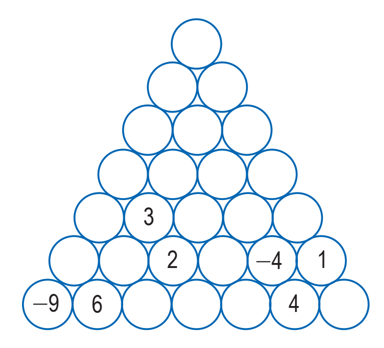
22. Después de subir 6 pisos el ascensor de un edificio llega al piso 5. ¿De qué piso ha partido?

A) 1.^{er} piso B) 2.° piso C) 3.^{er} piso
D) 4.° piso E) Sótano

NIVEL 3

Comunicación matemática

23. Completa la pirámide si el número de cada círculo es igual a la suma de los números de los dos círculos inferiores.



24. Relaciona:

2^5	2401
$(-2)^5$	–3
7^4	–32
$\sqrt[3]{-27}$	16
$\sqrt{256}$	32

Razonamiento y demostración

25. Si:

$\overline{1a} - \overline{2a} + \overline{3a} - \overline{4a} + \overline{5a} - \overline{6a} + ... - \overline{xya} = -\overline{(b+1)(b-8)}$

De las proposiciones:

I. $x + y = 9$

II. $\overline{axy}_{máx.} < 919$

III. $(b - y)^{x+1} = 4$

Son verdaderas:

A) Solo I B) Solo II C) I y II
D) I y III E) II y III

26. Indica verdadero (V) o falso (F), según corresponda:

I. $(\mathbb{Z} - \mathbb{Z}^-) \not\subset \mathbb{N}$ ( )

II. Si a, b $\in \mathbb{Z}$ y $a^2 + b^2 = 1$; entonces b puede ser igual a 2. ( )

III. Si $\sqrt{-k} \in \mathbb{Z}^+$, entonces $k \in \mathbb{Z}^-$. ( )

27. Comprueba la propiedad asociativa de la multiplicación.

Recuerda que la propiedad asociativa de la multiplicacion se expresa:
$\forall$ a, b, c $\in \mathbb{Z}$: $a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$

28. Comprueba la propiedad conmutativa de la multiplicación.

Ten presente que la propiedad conmutativa de la multiplicación se expresa:
$\forall$ a, b $\in \mathbb{Z}$: $a \times b = b \times a$

Resolución de problemas

29. Si hace una hora el termómetro marcaba −2°C y ahora marca 2°C, ¿en cuánto aumentó o disminuyó la temperatura?

A) Aumentó en 5°C.
B) Disminuyó en 2°C.
C) Aumentó en 3°C.
D) Disminuyó en 4°C.
E) Aumentó en 4°C.

30. ¿Qué diferencia de temperatura soporta una persona que pasa de la cámara de conservación de verduras, que se encuentra a 6°C, a la del pescado congelado, que está a −15°C?

A) 19°C B) 20°C C) 20°C
D) 21°C E) 22°C

31. Miguel y Jorge parten de un mismo lugar en bicicleta. Miguel avanza 6 kilómetros y luego retrocede 2 kilómetros; mientras que Jorge avanza 8 kilómetros y retrocede 5. ¿A qué distancia se encuentra uno del otro?

A) 2 km B) 1 km C) 3 km
D) 4 km E) 5 km

32. Si:

$A = 7 - 3^2 + \sqrt{4}$

$B = (-17) + 5^2 + 3^4 + (-4)^3$

$C = \sqrt[3]{(-64)} - (-7)$

Halla: $\left(\sqrt[A+2]{B} + C\right)^{A+2}$

A) 36 B) 49 C) 25
D) 81 E) 64

33. Si

$a = -37 + \sqrt{36} + (-5)^2$

$b = -\sqrt{16} + (-3)^2$

$c = (-9) \times 5 + (-7)^2 - \sqrt{81}$

Halla:

$\left| \dfrac{|c - b^3|}{a - 4} - |a - 14| - |c| \right|$

A) 35 B) 36 C) 37
D) 38 E) 39

34. Resuelve

$\left[\left(\sqrt[A \div 2]{-27} + \sqrt[5]{-1}\right) + (-2)^3\right] \div (B^2 - B) + (-7)^2$

Si:

$A = \sqrt{6\sqrt{6\sqrt{6...}}}$

$B = \sqrt{A + \sqrt{A + \sqrt{A + ...}}}$

A) 44 B) 45 C) 46
D) 47 E) 48

35. Un depósito contiene 78 litros de cierto líquido, el cual debe ser envasado en botellas de 3 y 4 litros. Si el número de botellas de 3 L es tres veces el número de botellas de 4 L, ¿cuántas botellas de 3l necesitarán?

A) 13 B) 14 C) 15
D) 17 E) 18

36. Se ha pagado una deuda de S/.910 con monedas de S/.5 y S/.2. Si el número de monedas de S/.2 es mayor que el de S/.5 en 35 monedas. ¿Cuántas monedas en total se usaron para pagar dicha deuda?

A) 270 B) 275 C) 278
D) 280 E) 285

37. En una división el dividendo es 161, siendo el cociente la tercera parte del divisor y la mitad del residuo. ¿Cuál es el divisor?

A) 19 B) 20 C) 21
D) 22 E) 23

38. Rubén tiene S/.850 depositados en el banco. Si el lunes retira por la mañana S/.232 y por la tarde deposita S/.106; el martes retira por la mañana S/.285 y por la tarde deposita S/.53 y el miércoles retira por la mañana S/.187 y por la tarde deposita S/.23. En la noche del miércoles, ¿cuánto dinero tendrá ahorrado Rubén?

A) S/.328 B) S/.390 C) S/.398
D) S/.410 E) S/.425

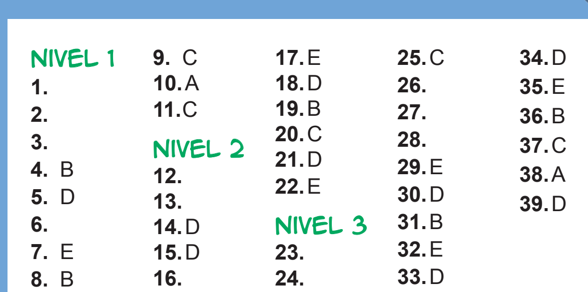
39. Si

$$B = \underbrace{\underbrace{A \times A \times ... \times A}_{8 \text{ factores}} + \underbrace{A \times A \times ... \times A}_{8 \text{ factores}} + ... + \underbrace{A \times A \times ... \times A}_{8 \text{ factores}}}_{15 \text{ sumandos}}$$

Donde $A \in \mathbb{Z} - \{0\}$, halla:

$$\frac{(B+1)^2 + 5A^{16} - 7A^8 - 1}{23A + 69AB - 989A^9}$$

A) B^2 B) 2A C) B^8
D) A^7 E) B



Claves

NIVEL 1
1.
2.
3.
4. B
5. D
6.
7. E
8. B

9. C
10. A
11. C

NIVEL 2
12.
13.
14. D
15. D
16.

17. E
18. D
19. B
20. C
21. D
22. E

NIVEL 3
23.
24.

25. C
26.
27.
28.
29. E
30. D
31. B
32. E
33. D

34. D
35. E
36. B
37. C
38. A
39. D

MARATÓN Matemática

Sean los conjuntos:

$A = \{w + z \,/\, 13w = 54_{(7)};\ 11z = \overline{mn};\ w, z \in \mathbb{N}\}$

$B = \{p^{q-1} \,/\, p - 7 + 1 - 9 = -5 - 8;\ \overline{q5}_{(6)}\}$

$C = \{29;\ \overline{aba}_{(4)};\ \overline{cd}_{(8)}\}$

Si se sabe que el conjunto C es unitario, halla:

$[n(A \cap B)]^a + [n(B)]^{b-1} + c^2 + d$

Resolución

Determinamos por extensión los conjuntos A; B y C.

Para el conjunto A:

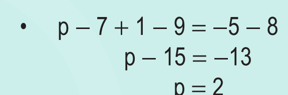
- $13w = 54_{(7)}$
  $13w = 5 \times 7 + 4$
  $13w = 39$
  $w = 3$
- $11z = \overline{mn}$ (numeral de 2 cifras)
  $\Rightarrow$ z: 1; 2; 3; ...; 9

Luego:

$A = \{3 + 1; 3 + 2; 3 + 3; 3 + 4; 3 + 5; 3 + 6; 3 + 7; 3 + 8; 3 + 9\}$

$A = \{4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12\} \Rightarrow n(A) = 9$

Para el conjunto B:



- $p - 7 + 1 - 9 = -5 - 8$
  $p - 15 = -13$
  $p = 2$
- $\overline{q5}_{(6)}$
  ↳ Es una cifra en base 6
  q: 1; 2; 3; 4; 5

Luego:

$B = \{2^0; 2^1; 2^2; 2^3; 2^4\} = \{1; 2; 4; 8; 16\}$

$\Rightarrow A \cap B = \{4; 8\} \wedge n(A \cap B) = 2$

Para el conjunto C:

Como el conjunto C es unitario, entonces: $29 = \overline{aba}_{(4)} = \overline{cd}_{(8)}$

Expresamos el número 29 en base 4 y en base 8:

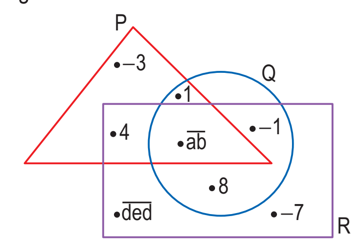
- 29 ÷ 4: 29 = 4 × 7 + 1; 7 = 4 × 1 + 3
  $29 = 131_{(4)}$
- 29 ÷ 8: 29 = 8 × 3 + 5
  $29 = 35_{(8)}$

Luego: a = 1; b = 3; c = 3; d = 5

Por lo tanto:

$[n(A \cap B)]^a + [n(B)]^{b-1} + c^2 + d = 2^1 + 5^2 + 3^2 + 5 = 41$

1. Del siguiente gráfico:



Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

A) $1 \in P \cup R$ — V
B) $\overline{ab} \in R$ — V
C) $-7 \in R - P$ — V
D) $\{-3; 4\} \subset R$ — F
E) $\{\overline{ded}; 8; -1\} \subset Q$ — F

2. Si la suma de los términos de una sustracción es 132, halla la suma del sustraendo más la diferencia.

A) 63 B) 64 C) 65 D) 66 E) 67

3. Si: $20 - A = B - 2 + C$

Calcula: $\overline{ACC} + \overline{B0A} + \overline{B0} + \overline{CAB}$

A) 2332 B) 2442 C) 1221
D) 3663 E) 2222

4. Resuelve:

$\sqrt{49} - \sqrt[3]{-27} + (-120) \div (-24)$

A) 15 B) 16 C) 17
D) 18 E) 19

5. Determina el valor de A en:

$A = [5 \times (-4) + 4 \times (-2)] \div [(-2) \times (-5) + (-3)]$

A) 2 B) −2 C) 4 D) −4 E) 0

6. Halla M + N si:

$M = (-1) \times (-2) + 3 \times (-4) + (-15) \div (-5)$
$N = (-2) \times (-3) \times (-4) - 6 \times (-3)$

A) 12 B) 13 C) −13 D) 8 E) −8

7. Determina el valor de x si:

$\overline{xxx}_{(x+1)} = 124$

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

8. Calcula: $13_{(5)} + 23_{(4)}$

A) 17 B) 18 C) 19 D) 20 E) 21

9. Sean los conjuntos:

$A = \{1; 2^2; \sqrt{9}; 10\}$
$B = \{x \,/\, x < 7;\ x \in \mathbb{N}\}$
Calcula: $n[A \cap B]$

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

10. El emperador romano César Augusto nació en el año 63 antes de Cristo y murió en el año 14 después de Cristo. ¿Cuántos años tenía César Augusto cuando murió?

A) 73 B) 74 C) 75 D) 76 E) 77

11. El producto de dos números es 598. Si al multiplicando se le suma 5 unidades, el nuevo producto es 728. Halla la suma de los factores iniciales.

A) 49 B) 50 C) 51 D) 52 E) 53

12. Halla el valor de a, si $\overline{aaa}_{(a+1)} = \overline{21a}$.

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Aritmética
Aritmética
Aritmética
Aritmética
Unidad 2
Aritmética
Aritmética
Aritmética

RECUERDA

Acontecimientos matemáticos en el siglo XVII

Un avance importante en las matemáticas del siglo XVII fue la aparición de la teoría de la probabilidad a partir de la correspondencia entre Pascal y Fermat sobre un problema presente en los juegos de azar, el llamado problema de puntos. Este trabajo no fue publicado, pero llevó al científico holandés Christiaan Huygens a escribir un pequeño folleto sobre probabilidad en juegos con dados, que fue publicado en el Ars Coniectandi (1713) del matemático suizo Jacques Bernoulli. Tanto Bernoulli como el francés Abraham De Moivre, en su Doctrina del azar de 1718, utilizaron el recién descubierto cálculo para avanzar rápidamente en su teoría que para entonces tenía grandes aplicaciones en pujantes compañías de seguros.

Sin embargo, el acontecimiento matemático más importante del siglo XVII fue, sin lugar a dudas, el descubrimiento por parte de Newton de los cálculos diferencial e integral, entre 1664 y 1666. Newton se basó en los trabajos anteriores de dos compatriotas, John Wallis e Isaac Barrow, así como en los estudios de otros matemáticos europeos como Descartes, Francesco Bonaventura Cavalieri, Johann van Waveren Hudde y Gilles Personne de Roberval. Unos ocho años más tarde, el alemán Gottfried Wilhelm Leibniz descubrió también el cálculo y fue el primero en publicarlo en 1684 y 1686. El sistema de notación de Leibniz es el que se usa hoy en el cálculo.

Reflexiona

- *Los valores son la parte nuclear del ser humano. Con base en ellos marcamos la calidad de vida que tenemos y que esperamos porque son la fuente de nuestro ser y los manifestamos en la realidad a través de los hábitos.*
- *Somos lo que hacemos: si soy una persona alegre y optimista, en el fondo vivo el valor de la alegría. Si busco permanentemente que mi trabajo sea de alta calidad es porque vivo el valor de la calidad.*
- *La mente trabaja bajo dos paradigmas extremos: esperar lo mejor o esperar lo peor. El segundo es el más común, pues no exige nada.*

¡Razona...!

Halla el término que continúa:
20; 21; 24; 29; ...

A) 35 B) 36 C) 37
D) 38 E) 39

Aplicamos lo aprendido

TEMA 1: DIVISIBILIDAD

1 Calcula el mayor valor de x. Si:

$\overline{301x} = \overset{\circ}{3}$

Resolución:

$\overline{301x} = \overset{\circ}{3}$

$3 + 0 + 1 + x = \overset{\circ}{3}$

$4 + x = \overset{\circ}{3}$

↳ 2; 5; 8

∴ El mayor valor de x es 8.

A) 6 B) 7 C) 3
D) 8 E) 9

2 Halla n:

$\overline{(n-1)(n+2)n} = \overset{\circ}{11}$

Resolución:

$\overline{(n-1)(n+2)(n)} = \overset{\circ}{11}$
$\quad + \quad - \quad +$

$(n-1) - (n+2) + n = \overset{\circ}{11}$

$n - 1 - n - 2 + n = \overset{\circ}{11}$

$n - 3 = \overset{\circ}{11}$

$\therefore n = 3$

A) 3 B) 4 C) 5
D) 7 E) 6

3 Halla la suma de todos los divisores de 16.

Resolución:

Divisores de 16: {1; 2; 4; 8; 16}

Σ de divisores = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 = 31

A) 30 B) 29 C) 31
D) 32 E) 36

4 Efectúa: $(\overset{\circ}{9} + 1)(\overset{\circ}{9} + 4)(\overset{\circ}{9} + 6)$

Resolución:

$(\overset{\circ}{9} + 1)(\overset{\circ}{9} + 4)(\overset{\circ}{9} + 6)$

$(\overset{\circ}{9} + 1)(\overset{\circ}{9} + 4)(\overset{\circ}{9} + 6)$

$[\underbrace{(\overset{\circ}{9}) + 5(\overset{\circ}{9})}_{\overset{\circ}{9}} + 4](\overset{\circ}{9} + 6)$

$(\overset{\circ}{9} + 4)(\overset{\circ}{9} + 6)$

$[\underbrace{\underbrace{(\overset{\circ}{9})^2}_{\overset{\circ}{9}} + \underbrace{10(\overset{\circ}{9})}_{\overset{\circ}{9}}}_{\overset{\circ}{9}} + 24]$

$\overset{\circ}{9} + 24 = \overset{\circ}{9} + (\overset{\circ}{9} - 3) = \overset{\circ}{9} - 3$

A) $\overset{\circ}{9} - 3$ B) $\overset{\circ}{9} - 1$ C) $\overset{\circ}{9}$
D) $\overset{\circ}{9} + 2$ E) $\overset{\circ}{9} + 1$

5 Si:

$A = \{x / x \text{ es } \overset{\circ}{4} \text{ y } 56 < x < 82\}$

Halla: n(A)

Resolución:

Si: $A = \{x / x \text{ es } \overset{\circ}{4} \text{ y } 56 < x < 82\}$

Del intervalo:

$56 < x < 82$
↓
57; 58; 59; ...; 81

Solo múltiplos de $\overset{\circ}{4}$:

$\overset{\circ}{4}$: ...60; 64; 68; 72; 76; 80;...

⇒ A = {60; 64; 68; 72; 76; 80} ∴ n(A) = 6

A) 6 B) 5 C) 7
D) 8 E) 9

6 Halla el mayor valor de n, si $\overline{8n8} = \overset{\circ}{6}$.

Resolución:

$\overline{8n8} = \overset{\circ}{6} < \begin{matrix} \overset{\circ}{3} \\ \overset{\circ}{2} \end{matrix}$

$8 + n + 8 = \overset{\circ}{3}$

$16 + n = \overset{\circ}{3}$
↓
2
5
8

∴ El mayor valor de n es 8.

A) 8 B) 2 C) 9
D) 0 E) 7

7 Halla x.

Si: $7(x-2)=\overset{\circ}{3}$.

Resolución:

$7(x-2)=\overset{\circ}{3}$

$\Rightarrow x-2=\overset{\circ}{3}$

$\therefore\ x=\overset{\circ}{3}+2$

A) $\overset{\circ}{3}$ B) $\overset{\circ}{3}+1$ **C)** $\overset{\circ}{3}+2$

D) $\overset{\circ}{3}-2$ E) N. A.

8 Si: $\overline{1a}+\overline{2a}+\overline{3a}+...+\overline{10a}=\overset{\circ}{9}$

Hallar a.

Resolución:

$\overline{1a}+\overline{2a}+\overline{3a}+...+\overline{10a}=\overset{\circ}{9}$

$10+a+20+a+...+100+a=\overset{\circ}{9}$

$(10+20+...+100)+10a=\overset{\circ}{9}$

$550+10a=\overset{\circ}{9}$

$\overset{\circ}{9}+1+10a=\overset{\circ}{9}$

$10a+1=\overset{\circ}{9}$

$\downarrow$

8

$\therefore a=8$

A) 0 **B)** 8 C) 6

D) 5 E) 7

9 Halla a, b y c si:

$\overline{abc}=\overset{\circ}{9}$; $\overline{cba}=\overset{\circ}{5}$ y $\overline{ca}=\overset{\circ}{13}$

Resolución:

$\overline{abc}=\overset{\circ}{9}$

$a+b+c=\overset{\circ}{9}$ ...(1)

$\overline{cba}=\overset{\circ}{5}$; $\overline{ca}=\overset{\circ}{13}$

5 0

0 5

Con a = 5, cumplen ambas condiciones

Luego: $\overline{ca}=\overset{\circ}{13}$; $\overline{ca}=13\times5$; $\overline{ca}=65$

En (1) reemplazamos a y c:

$a+b+c=\overset{\circ}{9}$

$5+b+6=\overset{\circ}{9}$

$b+11=\overset{\circ}{9}$

$b+2=\overset{\circ}{9}$

$\Rightarrow b=7$

Entonces:

a = 5; b = 7 y c = 6

A) 5; 6 y 7 B) 8; 7 y 5 C) 2; 3 y 4

D) 6; 7 y 8 E) 2; 3 y 8

10 ¿Cuántos números de la forma $\overline{a(a+b)b}$ son múltiplos de 8?

$\overline{a(a+b)b}=\overset{\circ}{8}$

Por criterio de divisibilidad:

$4a+2(a+b)+b=\overset{\circ}{8}$

$6a+3b=\overset{\circ}{8}$

$3(2a+b)=\overset{\circ}{8}$

$2a+b=\overset{\circ}{8}$

a	b
1	6
2	4
3	2
4	0
7	2
8	0

} 6 números

$\therefore$ En total hay 6 números.

A) 10 B) 9 C) 3

D) 8 **E)** 6

11 Halla el menor numeral $\overline{abc}$ múltiplo de $\overset{\circ}{13}$, tal que a + b+ c = 16. Da el valor de c – b.

Resolución:

$\overline{abc}=\overset{\circ}{13}\Rightarrow c-3b-4a=\overset{\circ}{13}$

$a+b+c=16(3)$

$c-3b-4a=\overset{\circ}{13}$

$4c-a=\overset{\circ}{13}+48$

$4c-a=\overset{\circ}{13}+9$

$\downarrow\ \ \downarrow$

$9\ \ 1$

ya que a debe ser mínimo.

a = 1, b = 6 y c = 9

$\therefore c-b=3$

A) 2 B) 6 C) 4

D) 1 **E)** 3

12 Calcula el valor de 2a + b, si $\overline{aba2b}=\overset{\circ}{99}$.

Resolución:

$\overline{aba2b}$ < $\overset{\circ}{9}$, $\overset{\circ}{11}$

$2(a+b+1)=\overset{\circ}{9}$

$a+b+1=\overset{\circ}{9}$

$b-2+a-b+a=\overset{\circ}{11}$

$2a-2=\overset{\circ}{11}$

$a-1=\overset{\circ}{11}$

$\downarrow$

1

$\Rightarrow a=1\wedge b=7$

$\therefore 2(1)+7=9$

A) 8 B) 11 C) 12

D) 9 E) 10

13 Calcula el valor de m, si: $\overline{5m60}=\overset{\circ}{13}$

Resolución:

Si $\overline{5m60}=\overset{\circ}{13}$

$-5-4m-18=\overset{\circ}{13}$

$-23-4m=\overset{\circ}{13}$

$4m+23=\overset{\circ}{13}$

$\overset{\circ}{13}-23=4m$

$\overset{\circ}{13}-10=4m$

$\overset{\circ}{13}+3=4m$

$\overset{\circ}{13}+16=4m$

$m=\overset{\circ}{13}+4$

$\Rightarrow m=4$

A) 5 B) 6 C) 2

D) 3 **E)** 4

14 Halla n; si:

$(\overset{\circ}{5}+2)^6=\overset{\circ}{5}+n$

Resolución:

$(\overset{\circ}{5}+2)^6=\overset{\circ}{5}+2^6$

$\Rightarrow \overset{\circ}{5}+2^6=\overset{\circ}{5}+n$

$\overset{\circ}{5}+64=\overset{\circ}{5}+n$

$\overset{\circ}{5}+4=\overset{\circ}{5}+n$

$\Rightarrow n=4$

A) 6 B) 5 C) 3

D) 2 **E)** 4

Claves

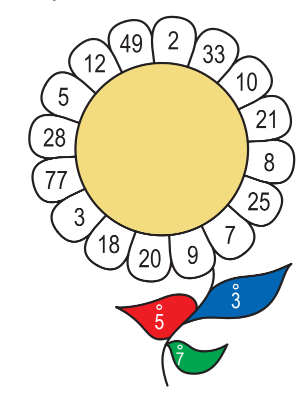
1. D	3. C	5. A	7. C	9. A	11. E	13. E
2. A	4. A	6. A	8. B	10. E	12. D	14. E

Practiquemos

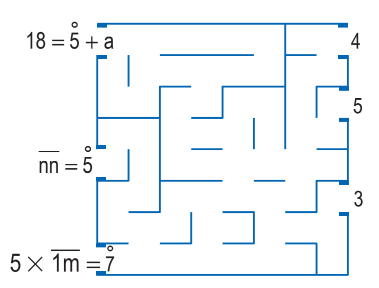
NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Colorea los números de los pétalos que sean múltiplos de los números en la hoja del mismo color.



2. Analiza y asocia los valores que toman las variables en el laberinto.



3. Completa el siguiente crucigrama y descubre la palabra en la región sombreada.

1. Es un número múltiplo de todo número.
2. Es divisor de cualquier número.
3. Es un divisor de catorce.
4. Es un número de dos cifras múltiplo de 3.

	G				
1					
2					
3					
4					

Razonamiento y demostración

4. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

I. $\overset{\circ}{8} + 5 = \overset{\circ}{8} - 2$ ( )

II. $\overset{\circ}{4} + 3 = \overset{\circ}{4} - 1$ ( )

III. $\overset{\circ}{7} + 5 = \overset{\circ}{7} - 3$ ( )

IV. $\overset{\circ}{5} + 4 = \overset{\circ}{5} - 1$ ( )

5. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

I. $\overset{\circ}{19} = \overset{\circ}{3} - 2$ ( )

II. $29 = \overset{\circ}{5} + 4$ ( )

III. $40 = \overset{\circ}{7} - 1$ ( )

IV. $31 = \overset{\circ}{7} - 1$ ( )

Resolución de problemas

6. Halla la suma de todos los divisores de 28.

A) 56 B) 42 C) 44
D) 45 E) 41

7. Indica lo falso:

A) $\overset{\circ}{3} + 1 = \overset{\circ}{3} - 2$

B) $\overset{\circ}{4} + 3 = \overset{\circ}{4} - 1$

C) $\overset{\circ}{6} + 1 = \overset{\circ}{6} - 5$

D) $\overset{\circ}{8} + 4 = \overset{\circ}{8} - 3$

E) $\overset{\circ}{7} + 6 = \overset{\circ}{7} - 1$

8. ¿Cuántos números de dos cifras son múltiplos de 7?

A) 12 B) 14 C) 15
D) 16 E) 13

9. Indica lo falso:

A) $\overset{\circ}{4} + \overset{\circ}{4} = \overset{\circ}{4}$

B) $\overset{\circ}{7} - \overset{\circ}{7} = \overset{\circ}{7}$

C) $\overset{\circ}{8} + \overset{\circ}{8} + \overset{\circ}{8} = \overset{\circ}{8} \times 3$

D) $(\overset{\circ}{3})^2 = \overset{\circ}{18}$

E) $(\overset{\circ}{5})^4 = \overset{\circ}{5}$

10. Halla n: $(\overset{\circ}{3} + 2)^5 = \overset{\circ}{3} + n$.

A) 0 B) 1 C) 2
D) 8 E) 9

11. Encuentra el mayor múltiplo de 11, que tenga 3 cifras y termine en 25. Da como respuesta la suma de sus cifras.

A) 12 B) 13 C) 14
D) 15 E) 16

12. Halla n:

$\overline{(n+3)(n+1)n(2n)} = \overset{\circ}{11}$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

NIVEL 2

Comunicación matemática

13. Coloca los residuos en los recuadros vacíos.

	12	15	21	35	47
$\overset{\circ}{2}$	0				
$\overset{\circ}{3}$				2	
$\overset{\circ}{5}$					
$\overset{\circ}{7}$					

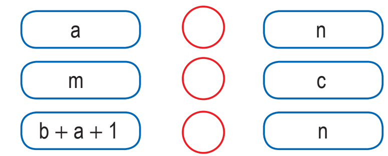
14. Si: $\overline{a2746} = \overset{\circ}{11}$

$\overline{5b1} = \overset{\circ}{9}$

$\overline{6mn} = \overset{\circ}{125}$

$\overline{c(c+6)} = \overset{\circ}{4}$

Coloca >; < ó =, según corresponda.



Razonamiento y demostración

15. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

I. $\overset{\circ}{10} + \overset{\circ}{10} + \overset{\circ}{10} = \overset{\circ}{10}$ ☐

II. $3(\overset{\circ}{4}) = \overset{\circ}{4}$ ☐

III. $\overset{\circ}{13} - \overset{\circ}{13} = 0$ ☐

IV. $\overset{\circ}{12} + \overset{\circ}{12} = \overset{\circ}{5}$ ☐

16. Si $N = \overset{\circ}{23}$, indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

I. $14N = \overset{\circ}{23}$ ☐

II. $12N = \overset{\circ}{12}$ ☐

III. $3N = \overset{\circ}{24}$ ☐

Resolución de problemas

17. ¿Cuál es el número de dos cifras iguales que es divisible por 2 y por 3? Indica la suma de sus cifras.

A) 8 B) 12 C) 13
D) 6 E) 15

18. Halla la suma de los ocho primeros múltiplos positivos de 6.

A) 218 B) 220 C) 231
D) 216 E) 225

19. El triple de la edad de Christian es múltiplo de 7 y el doble de dicha edad es múltiplo de 3. Halla dicha edad si está entre 30 y 47.

A) 25 B) 45 C) 36
D) 42 E) 35

20. Halla a, si: $\overline{a7222} = \overset{\circ}{11}$

A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 7

21. Calcula a, si: $\overline{25a3} = \overset{\circ}{9}$

A) 3 B) 6 C) 8
D) 7 E) 4

22. Si $\overline{abc} = \overset{\circ}{2}$, halla el máximo valor de $a + b + c$.

A) 24 B) 26 C) 27
D) 28 E) 29

23. Un libro tiene más de 25 páginas y menos de 45. Si el número de páginas es múltiplo de 5 y múltiplo de 6, ¿cuántas páginas tiene el libro?

A) 40 B) 24 C) 36
D) 30 E) 35

24. ¿Cuántos números múltiplos de 5 pero no de 3 existen entre 2000 y 3000?

A) 130 B) 131 C) 132
D) 133 E) 134

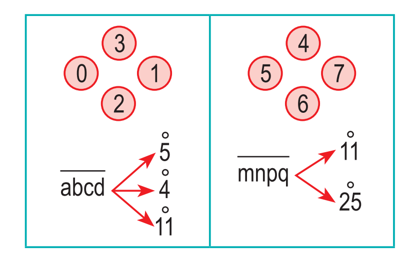
NIVEL 3

Comunicación matemática

25. Coloca un aspa (X) en la proposición correcta.

Si: $A = \overset{\circ}{2} \wedge B = \overset{\circ}{5} \Rightarrow A + B = \overset{\circ}{7}$	
Si: $\overline{214a(a+1)7} = \overset{\circ}{7} \Rightarrow a = 2$	
$(\overset{\circ}{n} - 5)^3 = \overset{\circ}{n} + 125$	
Si $\overline{58046m} = \overset{\circ}{13} \Rightarrow m = 3$	

26. Con las cifras mostradas forma 2 números de 4 cifras que cumplan las condiciones dadas.



¿Cuál será la suma de dichos números?

Respuesta: ☐

Razonamiento y demostración

27. Si: $A = \overset{\circ}{7} + r_1$ y $B = \overset{\circ}{7} + r_2$

Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

I. Si $r_1 = r_2$, entonces $A - B = \overset{\circ}{7}$. ( )

II. Si $A + B = \overset{\circ}{7}$, entonces $r_1 + r_2 = \overset{\circ}{7}$. ( )

III. Si $A > B \wedge Ar_1 = Br_2$ entonces $(A + B) \times (A - B) = \overset{\circ}{7}$. ( )

28. Si $3M + N = \overset{\circ}{13}$, indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

I. Si $N = \overset{\circ}{13}$, entonces $M = \overset{\circ}{13}$. ( )

II. Si $N = 7M$, entonces $N - M = \overset{\circ}{13}$. ( )

III. Si $M \times N = \overset{\circ}{13} + 3$; entonces $(3M - 1)(N - 1) = \overset{\circ}{13}$. ( )

Resolución de problemas

29. Si: $P = \{x / x \text{ es } \overset{\circ}{6} \text{ y } 33 < x < 59\}$

Halla: n(P)

A) 6 B) 7 C) 3
D) 4 E) 5

30. Calcula el valor de x, si: $\overline{2x45y} = \overset{\circ}{72}$

A) 2 B) 4 C) 1
D) 5 E) 3

31. Halla el menor numeral $\overline{abc}$ múltiplo de 11, tal que $a + b + c = 17$. Da el valor de $a - b$.

A) 2 B) 3 C)9
D) 5 E) 4

32. En un barco se observó que la quinta parte de las mujeres son casadas y la séptima parte de ellas tienen hijos. Calcula cuántos varones hay, si el total de personas es 50.

A) 13 B) 14 C) 15
D) 16 E) 17

33. ¿Cuántos números múltiplos de 7 pero no de 13 existen entre 3000 y 5000?

A) 264 B) 242 C) 135
D) 363 E) 286

34. Si el numeral $\overline{abcd}$ es igual a 135 veces la suma de sus cifras. Halla el producto de cifras del menor número que cumpla con la condición.

A) 12 B) 15 C) 10
D) 16 E) 22

35. Halla el menor valor de n, tal que:

$\overline{8n2} = \overset{\circ}{6}$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

36. A un congreso de minería asisten 410 personas entre americanos y africanos. De los africanos los 3/5 son ingenieros geólogos, los 5/7 son ingenieros de minas y 1/6 son ingenieros metalurgistas. ¿Cuántos americanos asistieron a dicho congreso?

A) 200 B) 205 C) 210
D) 215 E) 220

37. Si: $x + y + z = 9$

Entonces $\overline{xyz} + \overline{zxy} + \overline{yzx}$ siempre es múltiplo de:

A) 2 B) 5 C) 6
D) 37 E) 81

38. Si en una división, el divisor es $\overset{\circ}{11} + 7$, el cociente es $\overset{\circ}{11} + 8$ y el residuo por exceso es $\overset{\circ}{11} - 2$; entonces el dividendo es:

A) $\overset{\circ}{11}$ B) $\overset{\circ}{11} + 7$ C) $\overset{\circ}{11} + 8$
D) $\overset{\circ}{11} + 9$ E) $\overset{\circ}{11} + 10$

39. Si: $\overline{pqrs} = \overset{\circ}{13}$

Además: $\overline{rs} = 3(\overline{pq} + 2)$

Halla: $p + q + r + s$

A) 18 B) 19 C) 20
D) 21 E) 22

40. Si: $A = 3x + 1$; $B = 9y + 4$; $\{x; y\} \subset \mathbb{Z}^+$

Halla el residuo que deja la expresión:

$$2^{2A} - 2^B + 2^4$$

al dividirse entre 7.

A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 7

41. Si $\overline{12xx4}$ es la suma de 89 números naturales consecutivos, halla $x^2 - 1$.

A) 50 B) 60 C) 71
D) 81 E) 80

Claves

NIVEL 1	9. D	17. B	NIVEL 3	33. A
1.	10. C	18. D	25.	34. C
2.	11. D	19. D	26.	35. A
3.	12. B	20. C	27.	36. A
4.	NIVEL 2	21. C	28.	37. D
5.	13.	22. B	29. D	38. E
6. A	14.	23. D	30. C	39. B
7. D	15.	24. D	31. A	40. B
8. E	16.		32. C	41. E

Aplicamos lo aprendido

TEMA 2: NÚMEROS PRIMOS

1 Si:

a: cantidad de divisores de 12.
b: suma de divisores de 30.
Calcula a + b.

Resolución:

$12 = 2^2 \times 3^1 \Rightarrow CD(12) = (2+1)(1+1)$

$\Rightarrow a = 6$

$30 = 2^1 \times 3^1 \times 5^1$

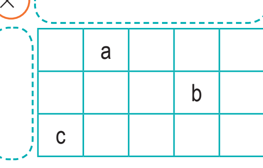
$SD(30) = \left(\frac{2^2-1}{2-1}\right)\left(\frac{3^2-1}{3-1}\right)\left(\frac{5^2-1}{5-1}\right)$

$SD(30) = 3 \times 4 \times 6 = 72 \Rightarrow b = 72$

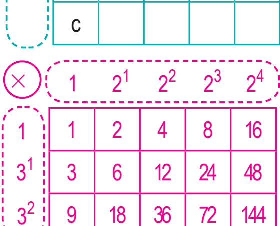
$\therefore a + b = 78$

A) 86 B) 48 $\textcircled{C}$) 78
D) 64 E) 72

2 Completa la tabla de divisores de 144. Calcula: a + b + c



×				
	a			
			b	
c				



×	1	2^1	2^2	2^3	2^4
1	1	2	4	8	16
3^1	3	6	12	24	48
3^2	9	18	36	72	144

Resolución:

144	2
72	2
36	2
18	2
9	3
3	3
1	

$\Rightarrow 144 = 2^4 \times 3^2$

$\Rightarrow a = 2,\ b = 24 \wedge c = 9$

$\therefore a + b + c = 35$

A) 28 B) 32 C) 218
D) 72 $\textcircled{E}$) 35

3 Si $18\,000 = 2^a \times 3^b \times 5^c$, calcula: a + b + c

Resolución:

18 000	2
9000	2
4500	2
2250	2
1125	3
375	3
125	5
25	5
5	5
1	

$\Rightarrow 18\,000 = 2^4 \times 3^2 \times 5^3$

$\Rightarrow a = 4,\ b = 2 \wedge c = 3$

$\therefore a + b + c = 9$

A) 15 $\textcircled{B}$) 9 C) 7
D) d12 E) 18

4 Sea:

$A = 2 \times 3^2 \times 5^3 \times 7^4 \times 11^5$

Calcula la cantidad de divisores de A.

Resolución:

$CD(A) = (1+1)(2+1)(3+1)(4+1)(5+1)$

$CD(A) = 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6$

$CD(A) = 720$

A) 120 B) 15 $\textcircled{C}$) 720
D) 2310 E) 5040

5 Calcula la suma de divisores de 104.

Resolución:

104	2
52	2
26	2
13	13
1	

$\Rightarrow 104 = 2^3 \times 13^1$

$SD(104) = \left(\frac{2^4-1}{2-1}\right)\left(\frac{13^2-1}{13-1}\right)$

$SD(104) = \left(\frac{15}{1}\right)\left(\frac{168}{12}\right) = 15 \times 14$

$\therefore SD(104) = 210$

A) 150 $\textcircled{B}$) 210 C) 180
D) 254 E) 286

6 Calcula el producto de los divisores de 1296.

Resolución:

1296	2
648	2
324	2
162	2
81	3
27	3
9	3
3	3
1	

$\Rightarrow 1296 = 2^4 \times 3^4$

$CD(1296) = 5 \times 5 = 25$

$PD(1296) = \sqrt{1296^{CD(1296)}}$

$PD(1296) = \sqrt{(2^4 \times 3^4)^{25}}$

$PD(1296) = \sqrt{(6^4)^{25}} = \sqrt{6^{100}}$

$PD(1296) = 6^{50}$

A) 3^{48} B) 6^{48} C) 2^{36}
$\textcircled{D}$) 6^{50} E) 6^{60}

7 Halla la suma de los divisores primos del número 1764.

Resolución:

N = 1764
$N = 2^2 \times 3^2 \times 7^2$
Divisores primos : 2; 3 y 7.
La suma será:
$2 + 3 + 7 = 12$

A) 12 B) 15 C) 20
D) 13 E) 17

8 Determina la cantidad de divisores de:
$A = 35^2 \times 42^3 \times 81$

Resolución:

$A = 35^2 \times 42^3 \times 81$
$A = 7^2 \times 5^2 \times 6^3 \times 7^3 \times 3^4$
$A = 2^3 \times 3^7 \times 5^2 \times 7^5$
$CD(A) = (3 + 1)(7 + 1)(2 + 1)(5 + 1)$
$\therefore CD(A) = 576$

A) 580 **B) 576** C) 600
D) 652 E) 454

9 Si $2^\alpha \times 7^\beta$ y $a^4 \times 7^\beta$ tienen 20 divisores cada uno, donde a es un número primo de dos cifras, halla $\alpha + \beta$, (α y β tienen solo una cifra).

Resolución:

$N = 2^\alpha . 7^\beta$
$M = a^4 . 7^\beta$
$CD(N) = (\alpha + 1)(\beta + 1) = 20$ ...(1)
$CD(M) = (4 + 1)(\beta + 1) = 20$
$\beta + 1 = 4$
$\beta = 3$ ...(2)

Reemplazamos (2) en (1):
$(\alpha + 1)(3 + 1) = 20$
$\alpha + 1 = 5$
$\alpha = 4$
$\therefore \alpha + \beta = 7$

A) 7 B) 8 C) 9
D) 10 E) 11

10 ¿Cuántos divisores no pares tiene el número 5880?

Resolución:

N = 5880
$N = 2^3 \times 3 \times 5 \times 7^2$
Divisores impares: $3 \times 5 \times 7^2$.
CD impares = (1 + 1)(1 + 1)(2 + 1) = 12.

A) 48 B) 36 **C) 12**
D) 16 E) 24

11 Halla la suma de los divisores de 720 que son múltiplos de 18.

Resolución:

$720 = 2^4 \times 3^2 \times 5$
Múltiplo de 18:
$720 = 18 \times (2^3 \times 5)$

$$SD_{\overset{\circ}{18}} = \left(\frac{2^4 - 1}{2 - 1}\right) \times \left(\frac{5^2 - 1}{5 - 1}\right)$$

$SD_{\overset{\circ}{18}} = 15 \times 6 = 90$

A) 90 B) 1620 C) 75
D) 180 E) 88

12 ¿Cuántos divisores debe tener un numeral cuya descomposición canónica es: $a^{n+1} \times b^{n+3}$ para que su raíz cuadrada tenga 20 divisores?

Resolución:

Sea N el número: $N = a^{n+1} \times b^{n+3}$.
Al sacar la raíz cuadrada de un número, los exponentes quedan divididos entre 2; luego:

$$CD(\sqrt{N}) = \left(\frac{n+1}{2} + 1\right)\left(\frac{n+3}{2} + 1\right) = 20$$

$$\frac{(n+3)(n+5)}{4} = 20$$

$\underbrace{(n+3)}_{8}\ \underbrace{(n+5)}_{10} = 80$

$N = a^6 \times b^8$
$\therefore C.D(N) = 7 . 9 = 63$

A) 63 B) 48 C) 80
D) 54 E) 60

13 Sabiendo que $\overline{aaa}$ tiene 8 divisores, da la suma de todos los posibles valores de a.

Resolución:

$\overline{aaa} = 100a + 10a + a = 111a = 3 . 37.a$
Sea $a = x^\alpha$, entonces:

$\overline{aaa} = 3 . 37 . x^\alpha$

Si $x \neq 3$
$CD(\overline{aaa}) = 2.2.(\alpha + 1) = 8$
$\alpha = 1 \Rightarrow a \in \{2; 5; 7\}$

Si x = 3
$\Rightarrow CD(\overline{aaa}) = (\alpha + 2).2 = 8$
$\alpha = 2 \Rightarrow a = 9$
$\Rightarrow a = 2; 5; 7; 9$
$\therefore \Sigma$ de valores de a: 23

A) 2 B) 7 C) 14
D) 12 **E) 23**

14 ¿Cuántos divisores tiene $\overline{abc}$ sabiendo que su descomposición canónica es $x^y . y^x$?

Resolución:

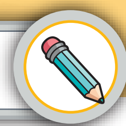
$\overline{abc} = x^y . y^x$
Los únicos valores que cumplen son:
x = 2 y = 5 $\Rightarrow \overline{abc} = 2^5 \times 5^2 = 32 \times 25$
$\overline{abc} = 800 = 2^5 \times 5^2$
$CD(\overline{abc}) = (5 + 1)(2 + 1) = 6 . 3$
$\therefore CD(\overline{abc}) = 18$

A) 12 B) 15 C) 16
D) 18 E) 20

Claves

1. C	3. B	5. B	7. A	9. A	11. A	13. E
2. E	4. C	6. D	8. B	10. C	12. A	14. D

Practiquemos



NIVEL 1

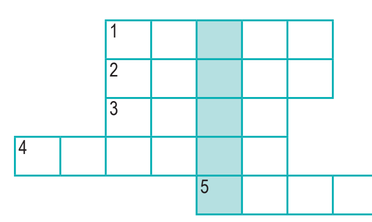
Comunicación matemática

1. Marca con un aspa (X) los números primos de una cifra y encierra en un círculo los números primos de 2 cifras.

Do	Lu	Ma	Mi	Ju	Vi	Sá
				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31

2. Halla la palabra oculta. Coloca en la horizontal, la cantidad de divisores de:

1. $36 = 2^2 \times 3^2$
2. $16 = 2^4$
3. $25 = 5^2$
4. $35 = 5 \times 7$
5. $42 = 2 \times 3 \times 7$



3. En un concurso matemático el participante se podría llevar uno de los 3 premios, se debe tomar en cuenta:

Partiendo del número 12, se debe unir con el número que sea PESÍ en el círculo, este último con el que es PESÍ en el recuadro, y así sucesivamente. ¿Qué premio ganará el participante?

	(5)	[15]	(21)	[24]	➡ S/.400
[12]	(6)	[14]	(26)	[20]	➡ S/.350
Inicio	(4)	[10]	(33)	[55]	➡ S/.600

Razonamiento y demostración

4. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

I. 17 es un número primo absoluto. ( )

II. 12 tiene 3 divisores simples. ( )

III. 1 y 8 no son PESÍ. ( )

5. De las siguientes proposiciones:

I. $SD(35) = SD(5) \times SD(7)$
II. 2 y 3 son los únicos números primos consecutivos.
III. 2 es el único número primo par.

Son verdaderas:

A) Solo I B) I y II C) II y III
D) I y III E) Todas

Resolución de problemas

6. Calcula a, si $N = 3^a \times 7$, tiene 12 divisores.

A) 2 B) 5 C) 11
D) 3 E) 6

7. Calcula la suma de los divisores primos de 360.

A) 7 B) 8 C) 9
D) 10 E) 11

8. Determina la cantidad de divisores que tiene: 88×10^{12}.

A) 310 B) 308 C) 326
D) 340 E) 416

9. Halla la suma de divisores del número 7840.

A) 21 546 B) 27 434 C) 37 485
D) 34 343 E) 52 347

10. ¿Cuántas de las siguientes parejas de números son PESÍ?

I. 45 y 72
II. 33 y 91
III. 93 y 155
IV. 32 y 81
V. 210 y 211

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

11. Determina N sabiendo que admite solo 3 divisores primos que sumados resulta 16. Da como respuesta el menor valor que adopta N, si este tiene 30 divisores.

A) 1500 B) 1584 C) 1600
D) 1700 E) 1728

12. Halla un número de la forma $N = 2^a \times 3^b$ sabiendo que si se multiplica a dicho número por 8 y por 9 su número de divisores aumenta en 9 y 10 respectivamente.

A) 144 B) 156 C) 1200
D) 1000 E) 500

13. Calcula el valor de a, si $4^a - 4^{a-2}$ tiene 24 divisores compuestos.

A) 5 B) 6 C) 7
D) 8 E) 9

NIVEL 2

Comunicación matemática

14. Completa las siguientes descomposiciones canónicas:

a) $60 = \square^{\square} \times \square \times \square$

b) $700 = \square^{\square} \times \square^{\square} \times \square$

c) $110 = \square \times \square \times \square$

d) $350 = \square \times \square^{\square} \times \square$

15. Pinta los recuadros que contengan una pareja de números PESÍ.

57 y 18	12 y 42	19 y 25
7 y 49	15 y 11	63 y 91

Razonamiento y demostración

16. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

I. $CD(37) > 2$ ( )

II. $PD(31) = 31$ ( )

III. $N = [PD(N)]^{\frac{2}{CD(N)}}$ ( )

17. Si: $N = A^3 \times B^2 \times C$ (descomposición canónica)

De las siguientes proposiciones:

I. $CD(N \times C) = 35$

II. $CD(N \div A^3) = 6$

III. $PD(N \div B) = N^8$

Son verdaderas:

A) I y II B) II y III C) I y III
D) Solo II E) Todas

Resolución de problemas

18. Halla el valor de n si se sabe que el número 189^n tiene 133 divisores.

A) 3 B) 2 C) 5
D) 4 E) 6

19. Calcula el valor de N, sabiendo que: $N = 21.15^n$ tiene 20 divisores compuestos.

A) 4750 B) 4725 C) 4775
D) 4800 E) 4850

20. De los divisores de 1 944 000, calcula:
a. ¿Cuántos son primos?
b. ¿Cuántos son compuestos?

A) 3 y 168 B) 3 y 167 C) 2 y 160
D) 5 y 164 E) 3 y 164

21. Dado $N = 7^a \times 17^b$, calcula la suma de cifras de N, si se sabe que el producto de sus divisores es N^8. (Considerar $b < a$)

A) 29 B) 19 C) 15
D) 9 E) 11

22. Si a; b y c son números primos absolutos; además:
$a + b + c = 58$
$b \times c = 26$
Calcula: $a \times b \times c$

A) 1100 B) 1200 C) 1118
D) 1207 E) 559

23. Si al multiplicar $N = 21 \times 11^a$ por 33 se duplica el número de divisores. Halla a.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

24. Dado el numeral 7920, determina:
¿Cuántos de sus divisores son pares?
¿Cuántos de sus divisores son impares?
¿Cuántos de sus divisores son $\overset{\circ}{33}$?
Da como respuesta la suma de las 3 soluciones correspondientes.

A) 80 B) 82 C) 84
D) 90 E) 86

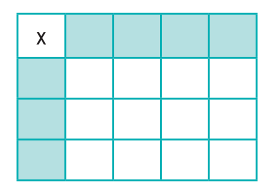
25. Calcula el valor de N sabiendo que es de la forma $N = 9 \times 10^k$ y además tiene 3 divisores más que el número 360.

A) 90 B) 900 C) 9000
D) 90 000 E) 900 000

NIVEL 3

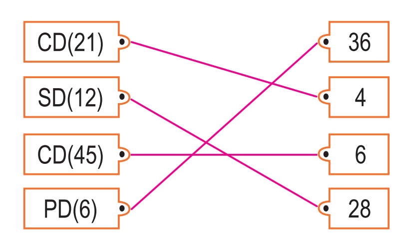
Comunicación matemática

26. Completa la tabla de los divisores de 200.



x				

27. Relaciona:



Razonamiento y demostración

28. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

I. 19 800 tiene 67 divisores compuestos. ( )

II. Si $CD(61^n) < CD(61^m)$, entonces $n < m$. ( )

III. Si CD(N) = CD(M), entonces N = M. ( )

29. Si a, $\overline{ab}$ y $\overline{mn}$ son números primos absolutos tal que: $\overline{mn} - a = \overline{ab}$.
Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

I. $m + n = \overset{\circ}{4} + 1$ ( )
II. $b = a^m + n$ ( )
III. $\overline{mn} + \overline{aa}$ es un número primo. ( )

Resolución de problemas

30. Si $\overline{aba}$ es divisible por 45, ¿cuántos divisores múltiplos de 3 posee?

A) 8 B) 12 C) 6
D) 9 E) 15

31. Dados los números: $P = 36 \times 63^n$, $Q = 63 \times 36^n$ y además: $\dfrac{CD(P)}{CD(Q)} = \dfrac{5}{6}$.
Halla el valor de n.

A) 6 B) 7 C) 8
D) 4 E) 3

32. Calcula x + y, sabiendo que el número $N = 2^x.\ 3^y$ tiene como suma de divisores a 1240.

A) 5 B) 6 C) 7
D) 8 E) 9

33. El numeral $180 \times 12^n \times 45^2$ tiene 88 divisores $\overset{\circ}{8}$ pero no $\overset{\circ}{5}$. Halla el valor de n.

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

34. Calcula la suma de cifras de $\overline{abc}$, si $a + c = b$ y además $\overline{abc}$ tiene 9 divisores.

A) 12 B) 18 C) 15
D) 16 E) 8

35. Si $\overline{abcd}$ tiene 21 divisores y se cumple: $d - b - 4c = -26$. La suma de cifras del número es:

A) 28 B) 18 C) 16
D) 34 E) 12

36. Si N tiene 4 divisores simples cuya suma es 16 y $a^3 \times b \times c$ es su descomposición canónica, determina la suma de divisores $\overset{\circ}{5}$ de N, si N es el mayor numeral posible de 3 cifras.

A) 950 B) 1800 C) 1600
D) 1850 E) 1700

37. Un número tiene 2 divisores primos y 12 divisores compuestos. Si la suma de sus divisores es 403. Calcula la suma de cifras de dicho número.

A) 6 B) 11 C) 13
D) 9 E) 21

Claves

NIVEL 1		NIVEL 2		NIVEL 3	
1.	9. A	14.	17. B	26.	33. C
2.	10. C	15.	18. E	27.	34. D
3.	11. B	16.	19. B	28.	35. C
4.	12. A		20. E	29.	36. C
5. C	13. A		21. E	30. A	37. D
6. B			22. C	31. D	
7. D			23. B	32. C	
8. E			24. A		
			25. B		

Aplicamos lo aprendido

TEMA 3: MÁXIMO COMÚN DIVISOR Y MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO

1 Halla el MCM de 1200 y 3240.

Resolución:

$1200 = 2^4 \times 3 \times 5^2$

$3240 = 2^3 \times 3^4 \times 5$

$\Rightarrow$ MCM(1200; 3240) = $2^4 \times 3^4 \times 5^2$

A) $2^7 \times 7^2 \times 13$ (B) $2^4 \times 3^4 \times 5^2$ C) $2^8 \times 5^7$

D) $2^5 \times 3^4 \times 5^5$ E) $5^4 \times 7^8 \times 2^3$

2 Siendo: A = 36 y B= 28.
Halla: MCD(A; B) + MCM(A; B)

Resolución:

$A = 36 = 3^2 \times 2^2$

$B = 28 = 7 \times 2^2$

MCD(36; 28) = $2^2 = 4$

MCM(36; 28) = $3^2 \times 7 \times 2^2 = 252$

MCD(36; 28) + MCM(36; 28) = 256

(A) 256   B) 290   C) 476

D) 340   E) 300

3 Calcula la suma del MCM y el MCD de los números 3600 y 13 500.

Resolución:

$N = 3600 = 2^4 . 3^2 . 5^2$

$M = 13\,500 = 2^2 . 3^3 . 5^3$

MCD(M; N) = $2^2 . 3^2 . 5^2 = 900$

MCM(M; N) = $2^4 . 3^3 . 5^3 = 54\,000$

MCD(M; N) + MCM(M; N) = 54 900

(A) 54 900   B) 58 600   C) 42 550

D) 85 300   E) 83 200

4 Si MCD(144k; 100k; 120k) = 124, halla k.

Resolución:

MCD(144k; 100k; 120k) = 124

$k \times$ MCD($2^4 \times 3^2$; $2^2 \times 5^2$; $2^3 \times 15$) = 124

$k . 2^2 = 124$

$k = 31$

A) 13   B) 17   C) 19

D) 23   (E) 31

5 ¿Cuántos múltiplos comunes de 4 cifras tienen los números 24; 50 y 60?

Resolución:

MCM(24; 50; 60) = 600

$\Rightarrow 600k \begin{cases} \overset{\circ}{24} \\ \overset{\circ}{50} \\ \overset{\circ}{60} \end{cases}$

$1000 \leq 600k \leq 9999$

$1{,}7 \leq k \leq 16{,}7$

k = 2; 3; 4; ...; 16

∴ Hay 15 números de 4 cifras.

(A) 15   B) 16   C) 18

D) 17   E) 19

6 ¿Cuál es el número más pequeño que tiene como divisores a 180; 324 y 252?

Resolución:

$180 = 2^2 . 3^2 . 5$

$324 = 2^2 . 3^4$

$252 = 2^2 . 3^2 . 7$

$\Rightarrow MCM = 2^2 . 3^4 . 5 . 7 = 11\,340$

A) 12 180   (B) 11 340   C) 11 360

D) 11 330   E) 12 160

7 ¿Cuántos divisores comunes tienen los números 504; 693 y 315?

Resolución:

$504 = 2^3 . 3^2 . 7$

$693 = 3^2 . 7 . 11 \Rightarrow MCD = 3^2 . 7$

$315 = 5 . 7 . 3^2$

n.°divisores comunes = n.°divisores MCD

$\Rightarrow (2 + 1)(1 + 1) = 6$

A) 4 B) 5 C) 6
D) 7 E) 8

8 Halla a si el MCM de:
$A = 81 \times 18^a$ y $B = 18 \times 18^a$ es 16×3^{10}.

Resolución:

$A = 81 . 18^a \wedge B = 18 . 18^a$

$\Rightarrow MCM(A; B) = 18^a . MCM(81; 18) = 16 . 3^{10}$

$18^a . 3^4 . 2 = 16 . 3^{10}$

$(3^2 . 2)^a . 3^4 = 2^3 . 3^{10}$

$3^{2a+4} . 2^a = 2^3 . 3^{10}$

$\therefore a = 3$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

9 El cociente de dos números es 15. Si su MCD es 16, halla el número mayor.

Resolución:

Sean los números: a y b.

Por dato: $\frac{a}{b} = 15 \wedge MCD(a; b) = 16 \Rightarrow a = 15b$

Luego:

$MCD(a; b) = MCD(15b; b) = 16$

$b \times \underbrace{MCD(15; 1)}_{1} = 16 \Rightarrow b = 16$

Si: $b = 16 \Rightarrow a = 240$. El mayor número es 240.

A) 150 B) 240 C) 180
D) 200 E) 260

10 Halla la suma de los divisores comunes de 20 y 35.

Resolución:

$MCD(20; 35) = 5$

Divisores de 5: {1; 5}

$\therefore \sum$ divisores comunes $= 1 + 5 = 6$

A) 6 B) 20 C) 19
D) 10 E) 35

11 El MCM de dos números es 630. Si su producto es 3780, ¿cuál es su MCD?

Resolución:

$MCM(A; B) = 630 \wedge A . B = 3780$

Propiedad:

$A . B = MCM(A; B) . MCD(A; B)$

$\Rightarrow 630 . MCD(A; B) = 3780$

$\therefore MCD(A; B) = 6$

A) 7 B) 6 C) 5
D) 8 E) 9

12 Si el producto de dos números es 300, además su MCD es 5. Halla su MCM.

Resolución:

$MCD(A; B) \times MCM(A;B) = A \times B$

Del enunciado:

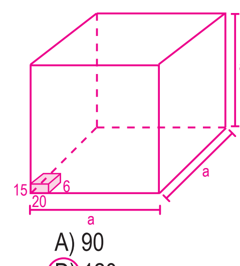
$MCD(A;B) = 5 \wedge A \times B = 300$

$\Rightarrow 5 \times MCM(A; B) = 300$

$\therefore MCM(A;B) = 60$

A) 30 B) 25 C) 60
D) 15 E) 30

13 Mely trata de formar un cubo con ladrillos cuyas dimensiones son 20 cm, 15 cm y 6 cm, ¿cuántos ladrillos son necesarios para formar el cubo más pequeño posible?



Como desea formar un cubo pequeño, entonces a debe ser lo menor posible, además a debe ser múltiplo de 20, 15 y 6.

$a = MCM(15; 20; 6) \Rightarrow a = 60$

Se cumple:

$\text{n.° de ladrillos} = \frac{\text{vol.total}}{\text{vol. de un ladrillo}} = \frac{60^3}{15 . 20 . 6} = 120$

$\therefore$ n.° de ladrillos = 120

A) 90 B) 100 C) 110
D) 120 E) 150

14 Calcula la suma de los 9 primeros múltiplos positivos comunes de 36 y 35.

Resolución:

$MCM(36; 45) = 180$

180 . 1
180 . 2
180 . 3
⋮ ⋮

$180 . 9 \Rightarrow 180 . (1 + 2 + ... + 9) = 180 . \frac{9 . 10}{2} = 8100$

Por lo tanto, la suma de los 9 primeros múltiplos comunes de 36 y 45 es 8100.

A) 4500 B) 8100 C) 3600
D) 8000 E) 12 000

Claves

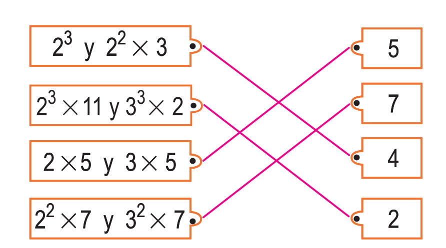
1. B	3. A	5. A	7. C	9. B	11. B	13. D
2. A	4. E	6. B	8. C	10. A	12. C	14. B

Practiquemos

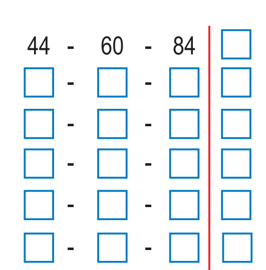
NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Relaciona los siguientes números descompuestos canónicamente con su máximo común divisor



2. Completa la siguiente descomposición simultánea para hallar el MCM de los siguientes números:



MCM(44; 60; 84) = ☐

3. Marca los divisores comunes de los siguientes números y luego completa.

Divisores de A ➡ 1; 2; 3; 4; 6; 8; 12; 16; 24; 48

Divisores de B ➡ 1; 2; 3; 4; 6; 8; 9; 12; 18; 24; 36; 72

MCD(A; B) = ☐

Razonamiento y demostración

4. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

I. MCD(2; 3) = 6 ☐

II. MCM(3; 12) = 12 ☐

III. MCD(1; 49) = MCD(7; 11) ☐

5. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

I. MCM(12; 8; 6) = 2 ☐

II. MCD(N; N – 1) = 1 ☐

III. MCD(1; 4; 9) = 36 ☐

Resolución de problemas

6. Calcula k, sabiendo que:

MCD(210k; 300k; 420k) = 1200

A) 6 B) 15 C) 40
D) 90 E) 30

7. Si: $A = 3 \times 4^n$ y $B = 2 \times 6^n$
Además: MCD(A; B) = 48
Calcula el valor de n.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

8. ¿Cuál es el menor número que tiene como divisores a 48; 84; 90 y 108?

A) 15 120 B) 7560 C) 5670
D) 11 340 E) 6480

9. El MCM de 18p, 30p y 50p es 1800. Calcula: $p^2 + 1$

A) 10 B) 17 C) 26
D) 37 E) 50

10. Halla x si el MCM de: $A = 64^x \times 18^x$ y $B = 36^x \times 9$ es $2^{21} \times 3^8$.

A) 6 B) 3 C) 4
D) 5 E) 2

11. Si A = 15B y MCD(A; B) = 17.
Calcula: A + B

A) 272 B) 273 C) 2740
D) 280 E) 285

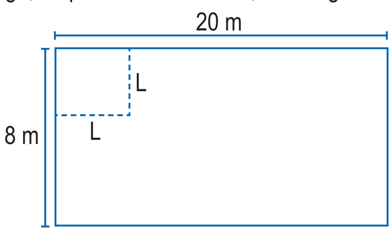
12. Si MCD (N; 150) = 15, donde N es menor que 150. Calcula la suma de valores de N.

A) 215 B) 230 C) 260
D) 300 E) 320

NIVEL 2

Comunicación matemática

13. Un agricultor divide un terreno rectangular de 8 m de ancho por 20 m de largo, en parcelas cuadradas, de la siguiente manera:



Responde:
a) ¿Cuánto debe medir el lado de cada parcela si se quiere obtener 160 parcelas?

Respuesta: ☐

b) ¿Cuántas parcelas se obtendrán si el lado de cada una de estas debe ser el mayor posible?
Respuesta: ☐

c) ¿Cuánto debe medir el lado de cada parcela si se quiere obtener 40 parcelas?
Respuesta: ☐

14. Completa la siguiente tabla.

N	MCD(N; 600)	MCD(N; 140)
260		
280		
156		
2170		

Razonamiento y demostración

15. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

I. Si M y N son PESÍ, entonces MCD(M; N) = 1. ☐

II. $MCD(N; N^2) = N$ ☐

III. 2×MCM(1; 4) = 4×MCM(1; 2) ☐

16. De las siguientes proposiciones:

I. MCD(2; 4; 6; 8) = 2

II. MCD(3; 5; 7; 9) = 1

III. MCD(1; 5) × MCM(1; 5) = MCM(1; 5)

Son verdaderas:

A) Solo I B) I y II C) II y II
D) I y III E) Todas

Resolución de problemas

17. Halla k, sabiendo que:
$MCD(39k^2; 300k^2; 420k^2) = 12\,000$

A) 6 B) 15 C) 20
D) 90 E) 18

18. En cuántos ceros termina el MCD de:

$A = 2^{30} \times 3^{47} \times 5^{24}$

$B = 2^{88} \times 3^{60} \times 5^{28}$

A) 48 B) 64 C) 32
D) 24 E) 28

19. ¿Cuántos múltiplos comunes de 4 cifras tienen los números 18; 40 y 56?

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

20. Calcula n, sabiendo que el MCD de $A = 8 \times 6^n$ y $B = 6 \times 8^n$ tiene 18 divisores.

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

21. ¿Cuántos divisores comunes tienen los números 3780; 5940 y 1080?

A) 15 B) 18 C) 20
D) 24 E) 30

22. Si: MCD(10A; 15B) = 625
MCM(14A; 21B) = 31 500
Calcula: A × B

A) 92 640 B) 93 750 C) 92 150
D) 96 400 E) 92 420

23. El producto de 2 números es 140 veces su MCD y su suma igual a 7 veces su MCD. Halla el mayor de los números.

A) 60 B) 65 C) 70
D) 75 E) 80

24. Si se cumple que:

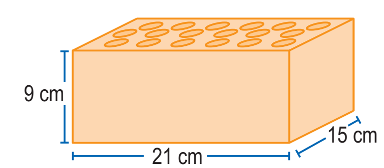
$MCM(\overline{abc}; \overline{(a+1)(b+2)(c+3)}) = 1148$. Calcula: a + b + c

A) 11 B) 12 C) 13
D) 14 E) 15

NIVEL 3

Comunicación matemática

25. Un albañil va a formar un cubo con ladrillos cuyas dimensiones son:



Responde:

a) ¿Cuántos ladrillos va a necesitar el albañil para formar el cubo más pequeño?
Respuesta: ☐

b) Si se forma el cubo más pequeño, ¿cuántos ladrillos hay en la base?
Respuesta: ☐

c) Si se forma el cubo más pequeño posible, ¿cuál es la mayor cantidad de ladrillos que hay una de las caras laterales?
Respuesta: ☐

26. Relaciona.

MCM(4; 6)	6
MCD(A; A + 1)	6^2
MCD(6; 12)	12
$MCM(6; 6^2)$	1

Razonamiento y demostración

27. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

I. MCD(A; 2A) = 2 ( )

II. $\frac{A}{MCD(A;B)}$ y $\frac{B}{MCD(A;B)}$ son PESÍ. ( )

III. $MCD(\overline{xyz};\ \overline{xy(z-1)}) = 1$ ( )

28. De las siguientes proposiciones:

I. CD[MCD(12; 40)] = 3

II. $MCD(A^2 + A;\ A^2 - 1) = A + 1$

III. Si $\{a; b; c\} \subset \{2^n / n \in \mathbb{Z}^+\}$ entonces: MCD(a; b; c) = 1

Son verdaderas:

A) Solo I B) Solo II C) Solo III
D) I y II E) Todas

Resolución de problemas

29. El producto y el cociente del MCM y el MCD de dos números son respectivamente 1620 y 45. Calcula la diferencia de dichos números.

A) 12 B) 18 C) 15
D) 24 E) 27

30. Halla el valor de n en los números:
$N_1 = 45 \times 60^n$ y $N_2 = 45^n \times 60$
Sabiendo que el MCM de dichos números es doce veces su MCD.

A) 6 B) 5 C) 2
D) 3 E) 4

31. Halla la diferencia de dos números enteros sabiendo que su MCD es 48 y que su suma es 288.

A) 192 B) 180 C) 200
D) 284 E) 292

32. Se desea dividir tres barras de acero de longitudes 165; 225 y 345 cm en trozos de igual longitud. ¿Cuál es el menor número de trozos que se puede obtener?

A) 40 B) 44 C) 55
D) 47 E) 49

33. Halla b sabiendo que $MCD(\overline{abc};\ \overline{cba}) = 18$ y $a - c = 6$.

A) 8 B) 5 C) 4
D) 6 E) 16

34. Calcula el valor de n para que el MCM de $A = 12 \times 45^n$ y $B = 12^n \times 45$ tenga 90 divisores.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

35. Indica la validez en cada proposición.

I. $MCD(A^3; B^3) = MCD(A; B)$.

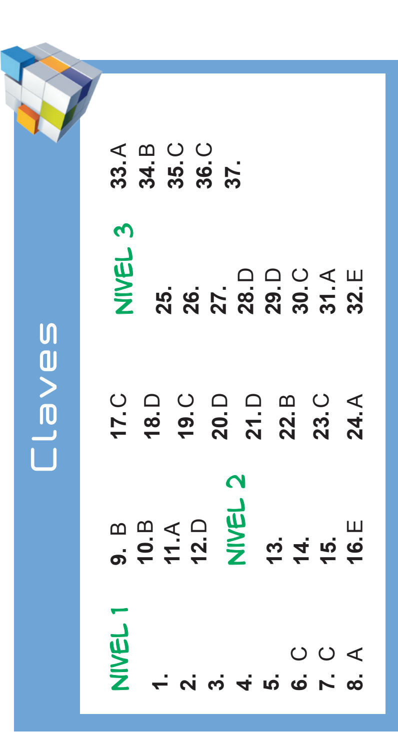
II. MCD(1; 2; 3; 4) = MCD(4; 59 107)

III. Si el MCD(a + 4; a) = MCD(a – 4; 4), entonces MCD(a; 4) = 1, $a \in \mathbb{Z}^+$.

A) FVV B) VVF C) FVF
D) VVV E) FFF

36. Irene y Rosmery visitan periódicamente la casa de Margarita cada 24 y 15 días, respectivamente. Si la última vez se encontraron en el cumpleaños de Margarita (17 de mayo), ¿en qué fecha se encontrarán la próxima vez?

A) 4 de septiembre
B) 13 de septiembre
C) 14 de septiembre
D) 15 de septiembre
E) 5 de septiembre



Aplicamos lo aprendido

TEMA 4: CONJUNTO DE LOS NÚMEROS RACIONALES (Q)

1 Si $\frac{5}{37}+\frac{a}{27}=0,\widehat{a09}$, calcula: a

Resolución:

Si:

$\frac{5}{37}+\frac{a}{27}=0,\widehat{a09}$

$\frac{135+37a}{999}=\frac{\overline{a09}}{999}$

$135+37a=100a+9$

$126=63a$

$\therefore a=2$

A) 1 (B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

2 Halla la fracción generatriz de $0,\widehat{23}+0,\hat{5}$.

Resolución:

$0,\widehat{23}+0,\hat{5}$

$\frac{23}{99}+\frac{5}{9}=\frac{23}{99}+\frac{55}{99}$

$\frac{78}{99}=\frac{26}{33}$

(A) $\frac{26}{33}$ B) $\frac{24}{33}$ C) $\frac{27}{33}$
D) $\frac{25}{33}$ E) $\frac{23}{33}$

3 Calcula:

$P=0,75+0,3^2+0,49^2+\frac{1}{2}$

Resolución:

$P=0,75+0,3^2+0,49^2+\frac{1}{2}$

$P=\frac{75}{100}+\frac{3^2}{10^2}+\frac{49^2}{100^2}+\frac{1}{2}$

$P=\frac{7500}{10\,000}+\frac{900}{10\,000}+\frac{2401}{10\,000}+\frac{5000}{10\,000}$

$P=\frac{15\,801}{10\,000}$

$\therefore P=1,5801$

(A) 1,5801 B) 1,273 C) 1,2855
D) 1,233 E) 1,254

4 Calcula:

$F=0,\hat{1}+0,\hat{2}+0,\hat{3}+...+0,\hat{8}$

Resolución:

$F=0,\hat{1}+0,\hat{2}+0,\hat{3}+...+0,\hat{8}$

$F=\frac{1}{9}+\frac{2}{9}+\frac{3}{9}+...+\frac{8}{9}$

$F=\frac{1+2+3+...+8}{9}$

$F=\frac{8(9)}{2(9)}=4$

A) 2 B) 3 C) 5
D) 3,5 (E) 4

5 Si a un número lo multiplico por 0,2 y luego le sumo la octava parte de él obtengo 65. ¿Cuál es el número?

Resolución:

Sea el número: A.

$0,2A+\frac{A}{8}=65$

$\frac{2A}{10}+\frac{A}{8}=65$

$16A+10A=65\times80$

$26A=65\times80$

$A=\frac{65\times80}{26}$

$\therefore A=200$

A) 300 B) 340 (C) 200
D) 180 E) 560

6 Efectúa la siguiente operación:

$P=\frac{2,2666...}{0,3666...}$

Resolución:

$P=\frac{2,2666...}{0,3666...}=\frac{2,2\hat{6}}{0,3\hat{6}}$

Donde:

$2,2\hat{6}=\frac{226-22}{90}=\frac{204}{90}$

$0,3\hat{6}=\frac{36-3}{90}=\frac{33}{90}$

Luego:

$P=\frac{\frac{204}{90}}{\frac{33}{90}}=\frac{204\times90}{33\times90}=\frac{68}{11}$

$\therefore P=6,\widehat{18}$

A) $7,\hat{3}$ (B) $6,\widehat{18}$ C) $6,\widehat{81}$
D) $6,\widehat{181}$ E) $6,\widehat{081}$

7 Efectúa:

$$\sqrt{\dfrac{\dfrac{34}{49}-1\dfrac{2}{49}+15\div 7{,}5}{\dfrac{5}{49}-\dfrac{11}{196}}\div\dfrac{36}{25}}$$

Resolución:

$$\sqrt{\dfrac{-\dfrac{17}{49}+15:\dfrac{15}{2}}{\dfrac{20-11}{49\times 4}}:\dfrac{36}{25}}$$

$$\sqrt{\dfrac{-\dfrac{17}{49}+2}{\dfrac{9}{49\times 4}}:\dfrac{36}{25}}$$

$$\sqrt{\dfrac{\dfrac{-17+2\times 49}{49}}{\dfrac{9}{49\times 4}}:\dfrac{36}{25}}$$

$$\sqrt{\dfrac{9\times 4}{1}:\dfrac{36}{25}}=\sqrt{25}=5$$

(A) 5 B) 30 C) 25
D) 26 E) 1

8 Halla los 2/3 de los 4/5 de los 20/7 de 42.

Resolución:

$$\frac{2}{3}\times\frac{4}{5}\times\frac{20}{7}\times 42=64$$

A) 90 B) 81 (C) 64
D) 32 E) 72

9 ¿Cuánto le falta a los 3/5 de 5/7 para que sea equivalente a los 2/3 de 3/4?

Resolución:

$$x+\frac{3}{5}\times\frac{5}{7}=\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}$$

$$x+\frac{3}{7}=\frac{2}{4}$$

$$x=\frac{2}{4}-\frac{3}{7}$$

$$x=\frac{1}{14}$$

A) 1/7 B) 1/4 C) 1/2
(D) 1/14 E) 1/5

10 Nueve veces la quinta parte de la edad de Teresa es 63 años. ¿Cuántos años tiene Teresa?

Resolución:

Sea la edad de Teresa: x.

$$9\left(\frac{x}{5}\right)=63$$

$\therefore$ x = 35 años

A) 7 años B) 45 años C) 25 años
(D) 35 años E) 31 años

11 ¿Cuántas fracciones impropias con denominador 18 hay desde 3/2 hasta 8/3?

Resolución:

Fracción: $\frac{a}{18}>1 \Rightarrow a>18$

$$\Rightarrow \frac{3}{2}<\frac{a}{18}<\frac{8}{3}$$

$$27< \quad a<48$$

Número de valores de a = 47 – 27 = 20.
Existen 20 fracciones.

A) 6 B) 7 (C) 20
D) 9 E) 10

12 En un examen, un alumno resuelve la tercera parte de lo que no resuelve, ¿qué parte del examen ha resuelto?

Resolución:

Resuelve	No resuelve
$\frac{1}{3}x$	x

Total:

$$\frac{1}{3}x+x=\frac{4x}{3}$$

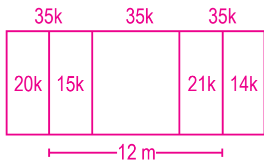
Piden:

$$\frac{\text{Resuelto}}{\text{Total}}=\frac{\frac{1}{3}x}{\frac{4}{3}x}=\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$$

A) 1/2 (B) 1/4 C) 2/3
D) 2/5 E) 1/3

13 Un paño está dividido en 3 partes iguales: principio, medio y fin. Si los 4/7 del principio y los 2/5 del final son negros, y el resto blanco; hallar cuánto mide 1/6 del medio, si la parte blanca mide 12 m.

Resolución:



$$(15+35+21)k=12$$

$$k=\frac{12}{71}$$

Piden:

$$35\left(\frac{12}{71}\right)\times\frac{1}{6}=\frac{70}{71}$$

A) 420/71 B) 0,9 C) 27
D) 25 (E) 70/71

14 De un balde con leche, que está lleno 1/3 de lo que no está lleno, extraigo una capacidad igual a 1/8 de lo que no está lleno. ¿Qué parte de la leche habré sacado?

Resolución:

Total de capacidad del balde es: 32x.

La parte extraída será:

$$\frac{3x}{8x}=\frac{3}{8}$$

A) 4/3 (B) 3/8 C) 8/3
D) 5/7 E) 7/11

Claves

1. B	3. A	5. C	7. A	9. D	11. C	13. E
2. A	4. E	6. B	8. C	10. D	12. B	14. B

Practiquemos

NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Representa gráficamente las siguientes fracciones.

$\frac{1}{3}$:

$\frac{2}{5}$:

$\frac{3}{4}$:

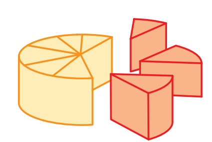
2. Escribe la fracción que representa la parte pintada.

:

:

:

3. En el cumpleaños de Frank, su mamá dividió la torta en partes iguales y separó cierta cantidad de porciones para los mejores amigos de Frank tal como se muestra.



a) ¿Qué fracción de la torta le toca a cada uno de sus amigos?

Respuesta: ☐

b) ¿Qué fracción de la torta queda sin repartir?

Respuesta: ☐

c) ¿Qué fracción de la torta se reparte?

Respuesta: ☐

Razonamiento y demostración

4. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

a) Si $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{x}{6} = 1$, entonces $x + 6^{x-1} = 2$. ☐

b) $\frac{1}{3} + \frac{2}{3} + \frac{3}{3} \notin \mathbb{N}$ ☐

c) $0,\hat{1} + 0,\hat{2} + 0,\hat{6} = 1$ ☐

5. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

a) $\frac{1}{6} + \frac{3}{4} + \frac{5}{12} > 2$ ☐

b) $\dfrac{1}{1 + \frac{1}{2}}$ es una fracción impropia. ☐

c) $0,\widehat{10} - 0,\hat{1} \notin \mathbb{N}$ ☐

Resolución de problemas

6. Efectúa:

$$\left(\frac{0,111...}{0,333...} \times \sqrt[4]{81}\right) + 2,2$$

A) 4,2 B) 1,2 C) 5,2
D) 3,2 E) 1,5

7. Efectúa:

$$V = (0,3 \times 0,2)^2 \times 10^4$$

A) 12 B) 24 C) 36
D) 48 E) 15

8. Halla la fracción generatriz de: $8,\widehat{726}$

A) $\frac{2906}{333}$ B) $\frac{2907}{999}$ C) $\frac{242}{333}$
D) $\frac{2905}{334}$ E) $\frac{726}{999}$

9. Calcula:

$$A = \frac{34,65}{0,063}$$

A) 540 B) 560 C) 554
D) 550 E) 552

10. Calcula el valor de:

$$E = \sqrt{\frac{\frac{4}{5} + \frac{1}{2}}{\frac{9}{10}} + \frac{23}{9}}$$

A) 6 B) 4 C) 2
D) 5 E) 3

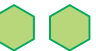
NIVEL 2

Comunicación matemática

11. Escribe el número mixto que corresponde:

:

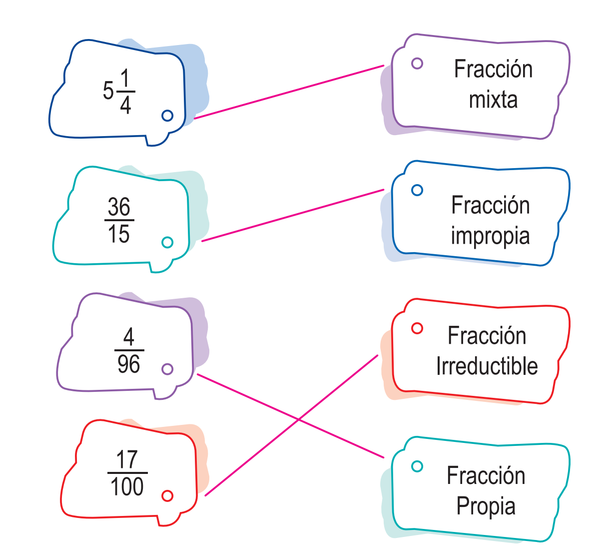
:


:

12. Completa los recuadros para obtener fracciones propias.

$\frac{\square}{10}$; $\frac{\square}{7}$; $\frac{16}{\square}$; $\frac{5}{\square}$

13. Relaciona.



Razonamiento y demostración

14. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

a) $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$ es una fracción irreductible. ( )

b) $2-\frac{5}{3}$ es una fracción impropia. ( )

c) $0{,}3+0{,}0\widehat{3}=0{,}\widehat{3}$ ( )

15. Sea la fracción $f=\frac{N}{D}$. De las siguientes proposiciones:

I. Si $N=1+2+3$ y $D=1+2+3+4$; entonces f es irreductible.

II. Si $D=N^2$ entonces f es una fracción impropia.

III. Si $D=10^7$, entonces f es una fracción decimal.

Son verdaderas:

A) Solo I   B) I y II   C) II y III
D) Solo III   E) Todas

Resolución de problemas

16. Halla x.

$$x=\frac{2{,}1\widehat{3}}{0{,}3\widehat{6}}$$

A) $5{,}\widehat{181}$ B) $5{,}\widehat{18}$ C) $5{,}\widehat{916}$
D) $5{,}1\widehat{87}$ E) $5{,}\widehat{81}$

17. Efectúa: $F=150\times(2{,}36)$

A) 364   B) 354   C) 374
D) 384   E) 394

18. ¿Cuál de las siguientes fracciones es mayor que 1/3?

A) 2/7   B) 4/13   C) 6/17
D) 1/5   E) 1/7

19. 2/3 de la cuarta parte de los 3/5 es:

A) 1/2   B) 0,1   C) 0,01
D) 1/5   E) 0,001

20. ¿Cuál es el número por el que hay que dividir a 18 para obtener $3\frac{1}{3}$?

A) 2,6   B) 5,2   C) 5,4
D) 54   E) 5

21. Halla:

$$\sqrt{24\times(0{,}9\widehat{16})+9\times(0{,}\widehat{3})}$$

A) 5   B) 4   C) 6
D) 10   E) 12

NIVEL 3

Comunicación matemática

22. Pinta los recuadros que contengan números fraccionarios.

6	$\frac{-10}{2}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{-7}{2}$
$\frac{8}{11}$	$\frac{17}{15}$	20	$\sqrt{7}$

23. Escribe 4 fracciones equivalentes a:

$\frac{5}{2}$:

$\frac{7}{3}$:

$\frac{1}{5}$:

24. Marca con un ✓ si el enunciado es verdadero y con un × si es falso.

a) Número racional, fracción o quebrado es lo mismo. (X)

b) $\frac{3}{4}$ tiene algunas fracciones equivalentes. (X)

c) El representante canónico de un número racional es una fracción irreductible. (✓)

d) Todo número racional es una fracción. (X)

e) Toda fracción es un número racional. (✓)

Razonamiento y demostración

25. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda:

a) Si $n \in \mathbb{Z}^+$, entonces $f = \dfrac{n^2 - \frac{1}{4}}{n - \frac{1}{2}}$ es una fracción impropia. ( )

b) $\dfrac{\overline{mn} + \overline{nn} + 1}{\overline{n0}_{(2)}}$ y $\dfrac{5}{\overline{m0}_{(2)}}$ son fracciones homogéneas. ( )

c) $0,\hat{5} < 0,\widehat{55}$ ( )

26. Sean las fracciones $f_1 = \dfrac{a}{b}$ y $f_2 = \dfrac{a+m}{b+m}$; $m \in \mathbb{Z}^+$.

De las proposiciones:

I. Si $f_1 < f_2$, entonces f_1 es una fracción impropia.

II. Si $m = b$, entonces: $2f_2 > f_1$

III. Si $m = bn$, entonces: $f_1 + n > f_2$

Son verdaderas:

A) Solo I B) II y III C) I y III
D) I y II D) Todas

Resolución de problemas

27. Efectúa:

$$E = \frac{1}{3\frac{1}{5}} - \frac{2\frac{1}{4}}{9} + \frac{3\frac{5}{8}}{2} + \frac{\frac{4}{7}}{4\frac{4}{7}}$$

A) $1\frac{1}{2}$ B) $1\frac{3}{4}$ C) $1\frac{1}{4}$
D) $\frac{3}{4}$ E) 2

28. Los 2/3 de mi edad excede a la cuarta parte de la misma en 35 años. Halla mi edad.

A) 15 años B) 18 años C) 84 años
D) 28 años E) 32 años

29. Si $0,\widehat{mn} + 0,\widehat{m0} + 0,\widehat{0n} = 1,\widehat{13}$, calcula: $m + n$

A) 56 B) 11 C) 12
D) 14 E) 15

30. Un obrero puede hacer su trabajo en 3 horas. ¿Qué parte de la obra hará desde las 8:55 h hasta las 9:15 h?

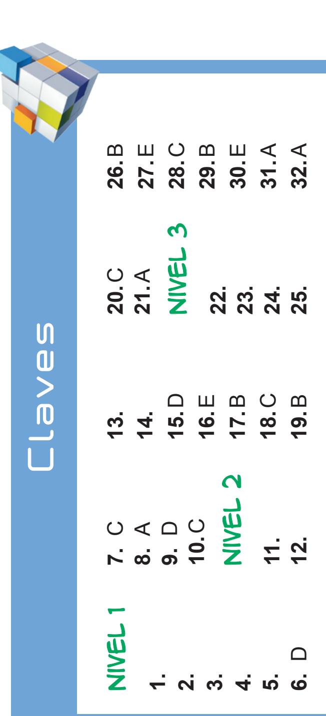
A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{4}{5}$
D) $\frac{5}{8}$ E) $\frac{1}{9}$

31. Rosa llega tarde al cine cuando había pasado 1/8 de la película; 6 minutos después llega Lorena y solo ve los 4/5. Si la película empezó a las 16:00 h, ¿a qué hora termina?

A) 17:20 h B) 17:30 h C) 18:30 h
D) 18:20 h E) 15:30 h

32. Una piscina está llena hasta sus 5/6 partes. Si se sacara 20 000 litros, quedaría llena hasta sus $\frac{2}{3}$ partes. ¿Cuántos litros falta para llenarla?

A) 20 000 L B) 24 000 L C) 30 000 L
D) 18 000 L E) 40 000 L



MARATÓN Matemática

Si el numeral $\overline{8xy}$ es un múltiplo de 4, además, tiene $\overline{aaa0}_{(2)}$ divisores; halla la cantidad de divisores de la suma de divisores de $\overline{yx8}$.

Resolución:

Del enunciado:

$N = \overline{8xy} = \overset{\circ}{4}$

Además:

$CD(N) = \overline{aaa0}_{(2)}$

Como a > 0 pero menor que 2, entonces a = 1, luego:

$CD(N) = 1110_{(2)}$

$CD(N) = 2^3 + 2^2 + 2$

$CD(N) = 14 = 2 \times 7 = (1 + 1)(1 + 6)$

Entonces, N tiene dos divisores primos cuyos exponentes son 1 y 6.

Pero:

$N = \overset{\circ}{4} = 4k;\ k \in \mathbb{Z}^+$

Se tiene que 4 es un divisor de N, entonces 2 va a ser un divisor primo cuyo exponente es mayor que 1.

Luego:

$N = 2^6 \times p$, p es primo

Es decir:

$\overline{8ab} = 64p$

Se tiene:

$800 \leq \overline{8ab} \leq 899$

$800 \leq 64p \leq 899$

$12,5 \leq p \leq 14,04$

→ (13) ; 14

Entonces: $N = 64 \times 13$

$N = 832$

Hallamos la suma de divisores de 238:

$$SD(238) = \left(\frac{2^2 - 1}{2 - 1}\right) \times \left(\frac{7^2 - 1}{7 - 1}\right) \times \left(\frac{17^2 - 1}{17 - 1}\right) = 432 = 2^4 \times 3^3$$

Por lo tanto: $CD(432) = (4 + 1) \times (3 + 1) = 20$

1. Halla el residuo de dividir: $102 \times 47 + 461 \times 1067$ entre 9.

A) 2 B) 6 C) 7
D) 8 E) 4

2. Halla la suma de los ocho primeros múltiplos naturales de 7.

A) 196 B) 192 C) 186
D) 202 E) 212

3. Si: $(\overset{\circ}{7} + 2)(\overset{\circ}{7} + 3) = \overset{\circ}{7} + (2x - 4)$. Halla x.

A) 8 B) 6 C) 7
D) 4 E) 5

4. ¿Cuántos divisores primos tiene N, si: $N = 12^4 \times 15^6$?

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 69

5. Si: $N = 15 \times 30^n$ tiene 294 divisores, halla n.

A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 8

6. ¿Cuántos divisores primos tiene 3500?

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

7. El MCD de dos números es 12. ¿Cuál es su MCM si el producto de dichos números es 888?

A) 62 B) 72 C) 83
D) 68 E) 74

8. Calcula la suma de los 9 primeros múltiplos comunes positivos de 36 y 45.

A) 4500 B) 8100 C) 3600
D) 8000 E) 12 000

9. Halla el valor de n de los números $N_1 = 45 \times 60^n$ y $N_2 = 45^n \times 60$, sabiendo que el MCM de dichos números es 12 veces su MCD

A) 4 B) 2 C) 5
D) 3 E) 6

10. 2/3 de la cuarta parte de 3/5 es:

A) 1/2 B) 0,1 C) 0,01
D) 1/5 E) 0,001

11. Halla los 2/3 de los 4/5 de los 20/7 de 42.

A) 90 B) 81 C) 64
D) 32 E) 72

12. Efectúa:

$$E = \sqrt{\left[0,\widehat{3}\right].12 + 21}$$

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

13. Lucy y Fernanda compran una bolsa, cada una, del mismo detergente. Si Lucy emplea los $\frac{4}{7}$ en su lavado, mientras que Fernanda emplea los $\frac{2}{5}$ del suyo, ¿qué fracción del total comprado queda sin usar?

A) $\frac{9}{35}$ B) $\frac{35}{36}$ C) $\frac{16}{35}$ D) $\frac{18}{35}$ E) $\frac{15}{37}$

14. Un automóvil avanzó $\frac{1}{5}$ de su recorrido. ¿Qué fracción de lo que le falta debe avanzar para llegar a los $\frac{8}{15}$ del recorrido?

A) $\frac{5}{12}$ B) $\frac{5}{13}$ C) $\frac{5}{8}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{1}{8}$

Unidad 3

RECUERDA

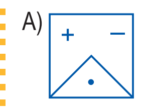
Siglo III a. C. (Años 287-212)	Arquímedes-griego	Nació en Siracusa (Silicia). Se le considera el sabio más grande de la antigüedad. Murió asesinado por un soldado romano. Entre sus trabajos científicos encontramos respuesta a: volumen de la esfera, determinación del valor de π, sobre los conoides y esferoides, sobre las espirales, sobre la cuadratura de la parábola. Fue autor de innumerables inventos mecánicos: el tornillo sin fin, la rueda dentada, el espejo parabólico, etc. Fundó la Hidrostática al descubrir el principio que lleva su nombre.
(284-195 a. C.)	Eratóstenes-griego	Sabio alejandrino nacido en Cirene, dedicado a la matemática, la geografía y la filología. Bibliotecario de Alejandría, determinó científicamente la longitud del meridiano terrestre. Se le debe el método matemático para hallar números primos, llamado Criba de Eratóstenes.
(262-180 a. C.)	Apolonio de Pérgamo-griego	Perteneció a la escuela de Alejandría y enseñó en Pérgamo. De su obra se conserva un único tratado de las secciones cónicas, en ocho libros, uno de los cuales se perdió. Apolonio estudia las propiedades de estas curvas. Con Apolonio termina la llamada época de oro de la matemática griega.
Siglo I d. C. (Años 100-178)	Claudio Ptolomeo-egipcio	Nació en Ptolemais (Egipto), vivió en Alejandría. Astrónomo, matemático, físico y geógrafo. Su sintaxis matemática (Almagesto) sintetiza y ordena el conocimiento astronómico de los griegos, que se utilizó en las universidades hasta el siglo XVIII. Su sistema geocéntrico dominó la astronomía durante 14 siglos, hasta la aparición de Copérnico.
Siglo II d. C.	Herón de Alejandría-griego	Matemático, físico e inventor. Se le atribuye la invención de un gran número de aparatos mecánicos muy ingeniosos. Entre sus obras podemos mencionar: La neumática y Los autómatas. En trigonometría la fórmula de Herón permite calcular el área de un triángulo en función de sus lados.

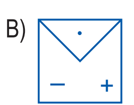
Reflexiona

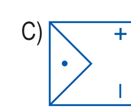
- *Tómate tiempo para estudiar las cualidades positivas de los niños e imita su capacidad de mantenerse llenos de energía, imaginación y completamente concentrados en el momento sin importar lo que pase alrededor.*
- *Hemos venido a este mundo no solo para ganarnos la vida, sino para capacitar al mundo para que viva con una visión más amplia y con un delicado espíritu de esperanza y sentido.*
- *Hay un ideal más elevado que el solo estar en la cima del éxito, y es inclinarse y ayudar a levantar al desprotegido.*

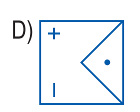
¡Razona...!

¿Qué figura no guarda relación con las demás?

A) 

B) 

C) 

D) 

E)

Aplicamos lo aprendido

TEMA 1: RAZONES Y PROPORCIONES

1 La razón geométrica de dos números es $\frac{7}{13}$ y su razón aritmética es 54. Halla la suma de los números.

Resolución:

$\frac{a}{b} = \frac{7k}{13k} \quad \wedge \quad b - a = 54$

$\Rightarrow 13k - 7k = 54$

$6k = 54$

$k = 9$

$\therefore\ a + b = 20k = 180$

$\textcircled{A}$) 180 B) 150 C) 140
D) 120 E) 200

2 El producto de dos números es 1728 y su razón geométrica es $\frac{4}{3}$. Halla los números.

Resolución:

$\frac{a}{b} = \frac{4k}{3k} \quad \wedge \quad 4k \cdot 3k = 1728$

$\Rightarrow 12 \cdot k^2 = 1728$

$k = 12$

Los números son 48 y 36.

A) 48 y 35 B) 46 y 36 C) 45 y 43
$\textcircled{D}$) 48 y 36 E) 24 y 45

3 La suma de los términos extremos de una proporción aritmética continua es 20. Halla la media diferencial.

Resolución:

Sea la proporción aritmética continua:

$a - b = b - d$

$b = \frac{a + d}{2}$

Del enunciado: $a + d = 20$

$\Rightarrow b = \frac{20}{2}$

$\therefore\ b = 10$

A) 11 B) 15 $\textcircled{C}$) 10
D) 13 E) 9

4 En una proporción aritmética discreta los términos medios son 11 y 10. Los términos extremos estan en la relación de 2 a 1. Halla la cuarta diferencial.

Resolución:

Sea la proporción aritmética:

$a - b = c - d \quad ...(I)$

$\downarrow \quad \downarrow$

10 11 (dato)

Además:

$\frac{a}{d} = \frac{2}{1} \Rightarrow a = 2d$

Reemplazando en (I):

$(2d) - 10 = 11 - d$

$3d = 21 \Rightarrow d = 7$

$a = 14$

Piden la cuarta diferencial:

$\therefore\ d = 7$

$\textcircled{A}$) 7 B) 6 C) 5
D) 8 E) 9

5 Las edades de Juan y Manuel están en la relación de 3 a 4. Si dentro de 11 años sus edades sumarán 57, halla la edad actual de Juan.

Resolución:

Sean las edades de Juan y Manuel, J y M respectivamente:

$\Rightarrow \frac{J}{M} = \frac{3}{4} \Rightarrow J = 3k \quad \wedge \quad M = 4k$

Dentro de 11 años sus edades sumarán 57 años:

$(J + 11) + (M + 11) = 57$

$J + M = 35$

$(3k) + (4k) = 35$

$7k = 35 \Rightarrow k = 5$

La edad actual de Juan es $3k = 3(5) = 15$

$\therefore$ Juan tiene 15 años.

$\textcircled{A}$) 15 años B) 20 años C) 21 años
D) 18 años E) 12 años

6 El número de libros de Aritmética excede en 50 al de Álgebra. Si ambos libros están en la relación de 5 a 3, halla el número total de libros.

Resolución:

Cantidad de libros de aritmética: a

Cantidad de libros de algebra: x

Del enunciado:

$\frac{a}{x} = \frac{5}{3} \Rightarrow a = 5k \quad \wedge \quad x = 3k$

Además:

$a - x = 50$

$5k - 3k = 50$

$2k = 50 \Rightarrow k = 25$

$\left.\begin{array}{l} a = 5k = 5(25) = 125 \\ x = 3k = 3(25) = 75 \end{array}\right\}$ $\therefore$ El número total de libros es: $125 + 75 = 200$

A) 100 B) 300 $\textcircled{C}$) 200
D) 500 E) 250

7 Si se cumple:

$\frac{a+5}{15} = \frac{b}{3} = \frac{a}{10}$

Calcula: $a \times b$

Resolución:

Si:

$\frac{a+5}{15} = \frac{b}{3} = \frac{a}{10}$

$\Rightarrow \frac{a+5}{15} = \frac{a}{10} \Rightarrow 2a + 10 = 3a \Rightarrow a = 10$

$\Rightarrow \frac{b}{3} = \frac{a}{10} \Rightarrow \frac{b}{3} = \frac{(10)}{10} \Rightarrow b = 3$

Piden: $a \times b = 10 \times 3$

$\therefore\ a \times b = 30$

A) 15 B) 20 C) 25
D) 30 E) 35

8 Si: $\frac{a}{3} = \frac{b}{5} = \frac{c}{7} = \frac{d}{11}$ y $a + b + c = 75$

Halla d.

Resolución:

$a = 3k$
$b = 5k$ (+)
$c = 7k$

$a + b + c = 15k$
$75 = 15k$
$5 = k$

$\Rightarrow\ d = 11(5) = 55$

A) 11 B) 55 C) 35
D) 75 E) 40

9 Si se cumple: $\frac{b+4}{15} = \frac{a}{20} = \frac{b}{10}$

Calcula: $a + b$

Resolución:

Del dato:

$\frac{b+4}{15} = \frac{a}{20} = \frac{b}{10} = k$

$b + 4 = 15k;\ a = 20k;\ b = 10k$

$\Rightarrow\ k = \frac{4}{5}\ ;\ a = 16;\ b = 8$

$\therefore\ a + b = 24$

A) 9 B) 7 C) 32
D) 11 E) 24

10 Si: $\frac{16}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = \frac{d}{81} = k$

Halla: $b + c + d$

Resolución:

$\frac{16}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = \frac{d}{81} = k$

$\frac{16 . b . c\ d}{b . c . d . 81} = k^4 \Rightarrow k^4 = \frac{16}{81}$

$k = \frac{2}{3}$

Luego:

$b = \frac{16}{k} = \frac{16}{2}(3) = 24$

$c = \frac{b}{k} = \frac{24}{2}(3) = 36$

$d = 81 . \frac{2}{3} = 54$

$\therefore\ b + c + d = 24 + 36 + 54 = 114$

A) 110 B) 112 C) 114
D) 116 E) 118

11 Si: $\frac{3}{P} = \frac{P}{E} = \frac{E}{R} = \frac{R}{U} = \frac{U}{96}$

Calcula E.

Resolución:

$\frac{3}{P} = \frac{P}{E} = \frac{E}{R} = \frac{R}{U} = \frac{U}{96} = k$

$\frac{3 . P . E . R . U}{P . E . R . U . 96} = k^5$

$\frac{1}{32} = k^5$

$\Rightarrow k = \sqrt[5]{\frac{1}{32}}$

$k = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \frac{3 . P}{P . E} = k^2 \Rightarrow \frac{3}{E} = \left(\frac{1}{2}\right)^2$

$\frac{3}{E} = \frac{1}{4}$

$\therefore\ E = 12$

A) 6 B) 12 C) 18
D) 24 E) 36

12 El número de soles de A es al de B como 2 es a 3; el de B es al de C como 3 es a 4. ¿Cuántos soles tiene C si entre los 3 juntos tienen 135 soles?

Resolución:

$A \Rightarrow 2k$
$B \Rightarrow 3k$
$C \Rightarrow 4k$
$9k = 135 \Rightarrow\ k = 15$
Piden: $C = (4)(15) = 60$

A) S/.50 B) S/.30 C) S/.40
D) S/.20 E) S/.60

13 La suma de los extremos de una proporción geométrica continua es 104. Halla la media proporcional, si la razón es 2/3.

Resolución:

$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{2}{3}$

$a + c = 104$

$\frac{a}{b} = \frac{2 . 3}{3 . 3} = \frac{6}{9}\ \Rightarrow\ 6b = 9a$

$\frac{b}{c} = \frac{2 . 2}{3 . 2} = \frac{4}{6}\ \Rightarrow\ 6b = 4c$

$9a = 4c$

$\frac{a}{c} = \frac{4k}{9k}$

Pero: $a + c = 104$

$13k = 104$

$k = 8$

$b = \sqrt{ac} = \sqrt{4k.9k} . \sqrt{36k^2} = 6k$

$b = 6(8) = 48$

A) 42 B) 45 C) 48
D) 52 E) 56

14 En una caja se tienen fichas azules y rojas y se encuentran en la relación de 5 a 3. Si la diferencia de la cantidad de fichas azules y rojas es 10, ¿cuántas fichas de color azul se tiene?

Resolución:

Sean F_A las fichas azules y F_R las fichas rojas. $\frac{F_A}{F_R} = \frac{5k}{3k}$

Por dato:

$F_A - F_R = 10$
$5k - 3k = 10$
$2k = 10$
$k = 5$ $\therefore\ F_A = 5k = 5(5) = 25$

A) 15 B) 20 C) 25
D) 30 E) 35

Claves

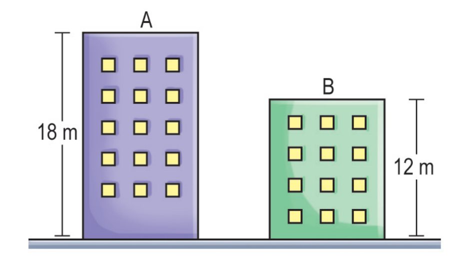
1. A	3. C	5. A	7. D	9. E	11. B	13. C
2. D	4. A	6. C	8. B	10. C	12. E	14. C

Practiquemos

NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Observa la siguiente figura y completa.



a) La razón aritmética de las alturas de los edificios A y B es [6].

b) La razón geométrica entre las alturas de los edificios A y B es [$\frac{3}{2}$].

2. Observa la imagen:

Juan tiene 14 años

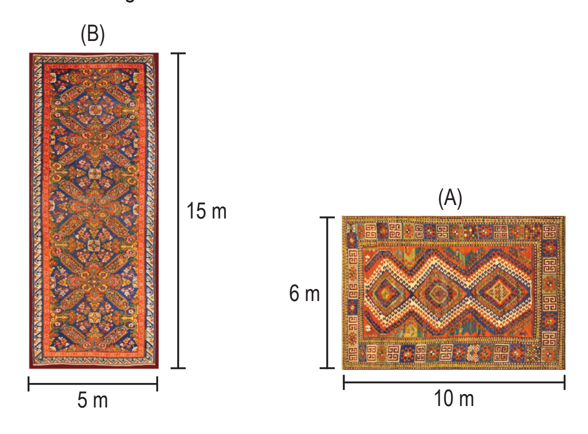
Andrea tiene 10 años

Completa:

a) La edad de [Juan] excede en [4] años a la edad de [Andrea].

b) Las edades de Juan y Andrea están en relación de [7] a [5].

3. Observa las siguientes alfombras:



a) Las áreas de las alfombras A y B son como [4] es a [5].

b) El área de la alfombra [B] excede en [15] al área de la alfombra [A].

Razonamiento y demostración

4. Indica verdadero (V) o falso (F), según corresponda.

A) Si $\frac{a}{b} = k$, entonces $\frac{a+b}{a-b} = k$. [F]

B) Si $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = k$, entonces $b = ck^2$. [F]

C) Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, entonces $\frac{a+c}{b+d} = \frac{a}{b}$. [V]

5. Sea la proporción aritmética: $A - B = C - D$

De las proposiciones:

I. Si $B \neq C$ y $A = D$, entonces A es la media diferencial.
II. Si $B = C$, entonces A es la tercera diferencial.
III. Si $A = D$ y $B \neq C$, entonces C es la tercera diferencial.

Son verdaderas:

A) Solo I B) I y II C) I y III
D) II y III E) Todas

Resolución de problemas

6. Calcula la media proporcional de 49 y 81.

A) 60 B) 61 C) 62 D) 63 E) 64

7. La suma de dos números es 792 y su razón es 3/8. Halla el número mayor.

A) 386 B) 424 C) 518 D) 576 E) 702

8. Si la media proporcional de a y c es 6 y la suma de cuadrados de los términos extremos es 97. Halla $a + c$

A) 8 B) 6 C) 9 D) 12 E) 13

9. La suma de dos números es 570 y su razón es 7/12. Halla su diferencia.

A) 140 B) 150 C) 30 D) 210 E) 360

10. Si: $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{5}$ y $a + b + c = 100$

Halla a.

A) 20 B) 23 C) 30 D) 50 E) 40

NIVEL 2

Comunicación matemática

11. Completa los recuadros, en las siguientes proporciones continuas.

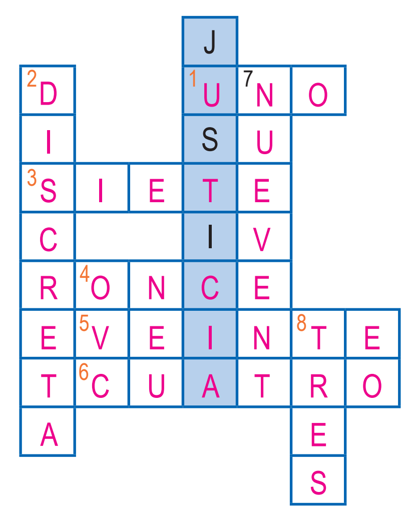
A) 23 – [19] = [19] – 15

B) 15 – [11] = 11 – [7]

C) $\frac{3}{[6]} = \frac{[6]}{12}$

D) $\frac{[9]}{[12]} = \frac{12}{16}$

12. En el siguiente crucigrama, ¿cuál es la palabra oculta?



Sabemos:

Horizontal

1. Tercera diferencial de 5 y 3.
3. Cuarta diferencial entre 15; 10 y 12.
4. Media diferencial entre 17 y 5.
5. Media proporcional entre 5 y 80.
6. Tercera proporcional entre 9 y 6.

Vertical

2. Proporción en la cual todos los términos son diferentes.
7. Tercera proporcional entre 25 y 15.
8. Tercera diferencial entre 17 y 10.

Razonamiento y demostración

13. Sea la proporción geométrica:

$\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$

De las proposiciones:

I. Si A = D y B ≠ C, entonces B es la tercera proporcional de A y C.

II. Si B ≠ C, entonces C es la cuarta proporcional de A; B y D.

III. Si B = C, entonces $C = \sqrt{A \times D}$

Son verdaderas:

A) Solo I B) Solo II C) I y II
D) I y III E) Todas

14. Indica verdadero falso según corresponda.

A) Si $\frac{a^2}{b} = \frac{c^2}{d}$, entonces $\frac{(a-c)(a+c)}{b-d} = \frac{c^2}{d}$. (V)

B) $\frac{a}{20} = \frac{b}{10} = \frac{c}{5} = 2$, es una serie de razones geométricas equivalentes continuas. (V)

C) Si $\frac{a+2}{3} = \frac{b-3}{2} = 3$, entonces a + b = 16. (V)

Resolución de problemas

15. Dos números son proporcionales a 8 y 13; si se aumenta a uno de ellos 54 y al otro 169 se obtendrá cantidades iguales. Halla el número mayor.

A) 399 B) 199 C) 400
D) 299 E) 300

16. Si: $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{7}$ y b − a = 5, halla c.

A) 7 B) 21 C) 35
D) 25 E) 40

17. La razón geométrica entre dos números cuya suma es 18, se invierte si se añade 4 unidades al menor y se quita 7 unidades al mayor. ¿Cuál es el mayor?

A) 12 B) 14 C) 20
D) 16 E) 24

18. Jorge tiene 33 años y Mario 47 años. ¿Hace cuántos años sus edades fueron como 3 es a 5 respectivamente?

A) 12 B) 15 C) 18
D) 21 E) 24

19. El producto de los cuatro términos de una proporción geométrica continua es 4096. Halla la media proporcional.

A) 6 B) 8 C) 9
D) 12 E) 16

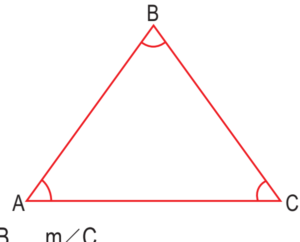
20. En una proporción geométrica continua, el primer término es 1/9 del cuarto término. Si la suma de los medios es 72, halla la diferencia de los extremos.

A) 60 B) 72 C) 84
D) 90 E) 96

NIVEL 3

Comunicación matemática

21. En el triángulo mostrado se cumple:

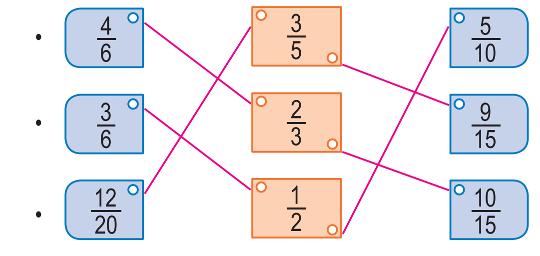


$\frac{m\angle A}{4} = \frac{m\angle B}{5} = \frac{m\angle C}{9}$

¿Cuál es la medida del ángulo B?

A) 40° B) 50° C) 60°
D) 80° E) 90°

22. Relaciona, según corresponda:



Razonamiento y demostración

23. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

A) Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$, entonces $\frac{a^2 + c^2}{b^2 + d^2} = \frac{a \times c}{b \times d}$. [V]

B) Si $a - b = b - c$, entonces $a^2 + c^2 = 4b^2 - ac$. [F]

C) Si $\frac{1}{a} = \frac{a}{b} = \frac{b}{8}$, entonces $a = b$. [F]

24. Si:

$$\frac{A}{B} = \frac{C}{D} = \frac{D}{E} = k; \quad k > 0$$

Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

A) $\frac{A \times C}{B \times D} = \frac{D^2}{E^2}$ [V]

B) Si $B = C$, entonces $\frac{A}{E} = \frac{C^3}{D^3}$. [V]

C) $\frac{A + C}{B + D} = \sqrt{\frac{C}{E}}$ [V]

Resolución de problemas

25. En una proporción continua, la suma de los extremos es 73 y la suma de los cuadrados de los extremos es 4177. Determina la media proporcional.

A) 18 B) 22 C) 24
D) 28 E) 32

26. Si:

$$\frac{81}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = \frac{d}{625} = k$$

Halla: $b + c + d$

A) 710 B) 712 C) 735
D) 716 E) 718

27. Si:

$$\frac{x + 7}{x - 14} = \frac{2y + 8}{y - 1} = \frac{z + 3}{3} = 4$$

Halla $x + y + z$

A) 30 B) 24 C) 36
D) 40 E) 32

28. La razón geométrica entre 2 números cuya suma es 35, se invierte si se añade 15 al menor y se quita 15 al mayor. Calcula el producto de los números.

A) 260 B) 250 C) 235
D) 200 E) 300

29. La razón geométrica entre dos números cuya suma es 64, se invierte si se añade 44 unidades al menor y se quita 28 unidades al mayor. ¿Cuál es el menor?

A) 12 B) 14 C) 20
D) 16 E) 24

30. En una fiesta hay 1600 personas, además por cada 7 varones hay 9 mujeres. ¿Cuántos varones deben llegar a la fiesta para que las cantidades de varones y mujeres sean iguales?

A) 280 B) 250 C) 300
D) 210 E) 200

Aplicamos lo aprendido

TEMA 2: MAGNITUDES PROPORCIONALES

1 Si A es DP a $\sqrt{B}$ y, además, cuando A = 18, B = $\sqrt{9}$. Halla A cuando B = $\sqrt{36}$.

Resolución:

Del enunciado:

$\frac{A}{\sqrt{B}} = cte$

Entonces:

$\frac{18}{\sqrt{9}} = \frac{A}{\sqrt{36}} \Rightarrow A = 36$

A) 30 B) 32 C) 34
$\textcircled{D}$) 36 E) 38

2 Si A es DP a B^4, halla A cuando B = $\sqrt[4]{7}$; si cuando B = $\sqrt[4]{35}$; A = 30.

Resolución:

$\frac{A}{B^4} = k$

$\Rightarrow \frac{A}{(\sqrt[4]{7})^4} = \frac{30}{(\sqrt[4]{35})^4}$

$\frac{A}{7} = \frac{30}{35}$

$\therefore A = 6$

A) 5 B) 4 $\textcircled{C}$) 6
D) 7 E) 9

3 Calcula x + y, si A es IP a B^2.

A	50	x	18
B	6	5	y

Resolución:

Del enunciado:

$A \times B^2 = cte$

Luego: $50 \times 6^2 = x \times 5^2 = 18 \times y^2$

$\Rightarrow x = 72 \; ; y = 10$

Piden: x + y = 72 + 10 = 82

A) 81 $\textcircled{B}$) 82 C) 83
D) 84 E) 85

4 Reparte S/.620 en tres partes en forma IP a los números 2; 3 y 5. Indica la parte menor.

Resolución:

$\frac{a}{\frac{1}{2}} = \frac{b}{\frac{1}{3}} = \frac{c}{\frac{1}{5}} = k$

$a + b + c = 620$

$\frac{k}{2} + \frac{k}{3} + \frac{k}{5} = 620$

$\frac{31k}{30} = 620$

$k = 600$

La parte menor es:

$c = \frac{1}{5} . k = \frac{1}{5}(600) =$ S/.120

A) S/.180 B) S/.200 C) S/.300
$\textcircled{D}$) S/.120 E) S/.60

5 Reparte 78 en 3 partes que sean inversamente proporcionales a los números 6; 9 y 12. Indica la menor parte.

Resolución:

$\frac{a}{\frac{1}{6}} = \frac{b}{\frac{1}{9}} = \frac{c}{\frac{1}{12}} = k$

$a + b + c = 78$

$\frac{k}{6} + \frac{k}{9} + \frac{k}{12} = 78$

$\frac{13}{36}k = 78$

$k = 216$

La menor parte es: $c = \frac{216}{12} = 18$

A) 36 B) 24 $\textcircled{C}$) 18
D) 12 E) 15

6 A es IP a B y DP a C. Si cuando A = 5, B = 10 y C = 4, ¿cuánto vale A si B = 15 y C = 10?

Resolución:

A IP B $\wedge$ A DP C

$\Rightarrow \frac{A . B}{C} = k$

$\Rightarrow \frac{A . 15}{10} = \frac{5 . 10}{4}$

$A = \frac{25}{3}$

A) 25 B) 24 C) $\frac{3}{25}$
$\textcircled{D}$) $\frac{25}{3}$ E) 50

7 Si A es IP a $\sqrt{B}$; cuando B aumenta su valor, A disminuye en 60 unidades. Halla el valor de A.

Resolución:

$A \cdot \sqrt{B} = k$

$A \cdot \sqrt{B} = \sqrt{9B} \cdot (A - 60)$

$A = 3(A - 60)$

$A = 3A - 180$

$2A = 180$

$A = 90$

A) 100 B) 60 (C) 90
D) 120 E) 80

8 $A^2 + B^2$ es DP a $A^2 - B^2$.
Si cuando $A^2 + B^2 = 10$; $A^2 - B^2 = 8$. ¿Cuál es el valor de A cuando B = 7?

Resolución:

$\dfrac{A^2 + B^2}{A^2 - B^2} = k$; B = 7

$\dfrac{10}{8} = \dfrac{A^2 + 49}{A^2 - 49}$

$10(A^2 - 49) = 8(A^2 + 49)$

$10A^2 - 490 = 8A^2 + 392$

$2A^2 = 882$

$A^2 = 441$

$A = 21$

A) 23 (B) 21 C) 25
D) 31 E) 36

9 Reparte 119 en tres partes DP a 2^n; 2^{n+1} y 2^{n+2}. Indica la menor cantidad repartida.

Resolución:

$\dfrac{a}{2^n} = \dfrac{b}{2^{n+1}} = \dfrac{c}{2^{n+2}} = k$

$a + b + c = 119$

$2^n \cdot k + 2^{n+1} \cdot k + 2^{n+2} \cdot k = 119$

$2^n k(1 + 2 + 2^2) = 119$

$2^n \cdot k = 17$

$\Rightarrow k = 17 \quad \wedge \quad n = 0$

La menor cantidad es: $a = k \cdot 2^n = 17$

(A) 17 B) 21 C) 34
D) 39 E) 42

10 Un depósito lleno de gasolina cuesta S/. 275. Si se sacan 85 litros cuesta S/. 150. ¿Cuántos litros contenía el depósito?

Resolución:

Gasolina: V

$\dfrac{V}{275} = \dfrac{V - 85}{150}$

$150V = 275V - 275 \cdot 85$

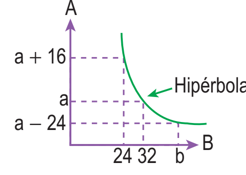
$125V = 275 \cdot 85$

$V = 187$

El depósito contenía 187 litros.

(A) 187 L B) 185 L C) 180 L
D) 170 L E) 172 L

11 Según el gráfico, A es IP a B. Halla (a – b).



Resolución:

$\Rightarrow (a + 16) \cdot 24 = a \cdot 32$

$3a + 48 = 4a$

$a = 48$

$\Rightarrow (a - 24) \cdot b = a \cdot 32$

$24 \cdot b = 48 \cdot 32$

$b = 64$

$\therefore a - b = 48 - 64 = -16$

A) 16 B) 48 C) 112
(D) –16 E) 64

12 Una rueda de 48 dientes da 560 rpm y está engranada con un piñón que da 1792 vueltas por minuto. ¿Cuál es el número de dientes del piñón?

Resolución:

B A

Dientes (A) = 48

Dientes (B) = x

Se cumple:

$(D_A) \cdot (V_A) = (D_B) \cdot (V_B)$

Donde: D_A y D_B son los números de dientes.

$\Rightarrow 48 \cdot 560 = D_B \cdot 1792$

$\therefore D_B = 15$

A) 14 B) 13 C) 12
(D) 15 E) 17

13 Se sabe que P varía directamente proporcional al cubo de R e inversamente proporcional a la raíz cuadrada de T. ¿Qué expresión representa la relación correcta entre las magnitudes? (k es la constante de proporcionalidad).

Resolución:

$\Rightarrow \dfrac{P \cdot \sqrt{T}}{R^3} = k$

A) $\dfrac{P}{R\sqrt{T}} = k$ B) $\dfrac{P}{R^3\sqrt{T}} = k$ C) $\dfrac{P\sqrt{T}}{R^2} = k$

(D) $\dfrac{P\sqrt{T}}{R^3} = k$ E) $\dfrac{P\sqrt{T}}{R} = k$

14 Salvador observa que el gasto que hace al celebrar su cumpleaños es DP al número de invitados e IP a las horas que ocupa en preparar la reunión. Si la última vez gastó S/.1050, invitó a 150 personas y ocupó 12 horas, ¿cuánto ahorrará si invita solo a 100 personas y ocupa 14 horas?

Resolución:

$\dfrac{(\text{gasto})(\text{horas})}{(\text{n° invitados})} = k$

$\dfrac{1050 \cdot 12}{150} = \dfrac{(1050 - x) \cdot 14}{100}$

$\Rightarrow 4 \cdot 1050 = 7 \cdot 1050 - 7x$

$7x = 3 \cdot 1050$

$\therefore x = S/.\ 450$

A) S/.1000 B) S/.600 (C) S/.450
D) S/.150 E) S/.350

Claves

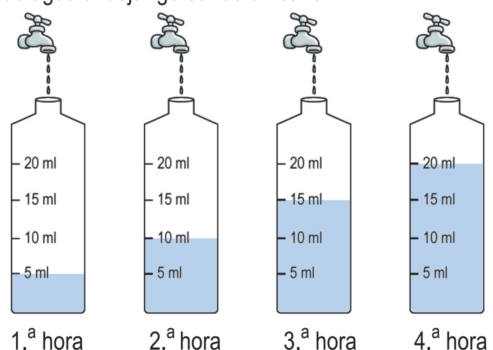
1. D	3. B	5. C	7. C	9. A	11. D	13. D
2. C	4. D	6. D	8. B	10. A	12. D	14. C

Practiquemos

NIVEL 1

Comunicación matemática

1. En la figura se muestra la secuencia en la que una botella se llena de agua al dejar goteando un caño.



Si en 1 hora el caño llena 5 ml, pinta los niveles de agua en cada botella y luego, marca la respuesta correcta que debe ir en el recuadro.

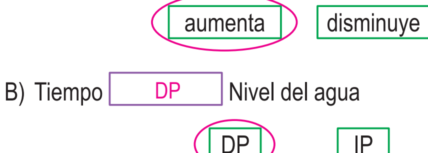
A) A medida que transcurre el tiempo, el nivel del agua en la botella aumenta.

aumenta | disminuye

B) Tiempo DP Nivel del agua

DP | IP

2. El cuadro muestra los gastos en ciertas cantidades de arroz.



Arroz (kg)	12	18	24	30
Gasto (S/.)	30	45	60	75

Completa el gráfico con los datos del cuadro.

3. Sean las magnitudes A; B, C; D y E. Completa los enunciados.

A) Si A DP C, entonces: A/C = cte.

B) Si B DP A, entonces: B/A = cte.

C) Si C IP D, entonces: $C \times D$ = cte.

D) Si D IP E, entonces: $D \times E$ = cte.

Razonamiento y demostración

4. Indica verdadero o falso según corresponda.

A) Si $\sqrt{A}$ DP $\sqrt{B}$, entonces A DP B. V

B) Si A DP B, entonces $A \times B$ = cte. F

C) Si M DP $\frac{1}{N}$, entonces M IP N. V

5. Si:

$\frac{A^2}{B}$ = cte

De las proposiciones:

I. A DP $\sqrt{B}$

II. A^2 IP $\frac{1}{\sqrt{B}}$

III. A^3 DP $\sqrt{B}^3$

Son verdaderas:

A) Solo I B) Solo II C) I y II
D) II y III E) I y III

Resolución de problemas

6. A es IP a B^3. Halla A cuando B = 2; si cuando A = 6; B = 4.

A) 48 B) 47 C) 44
D) 42 E) 43

7. A es DP a $\sqrt{B}$ cuando A = 6 y B = 4, ¿cuánto valdrá A cuando B = 9?

A) 6 B) 3 C) 9
D) 18 E) 9/2

8. Reparte S/.490 en forma IP a los números 2; 4 y 8. Indica la parte intermedia.

A) S/.35 B) S/.75 C) S/.105
D) S/.140 E) S/.175

9. Reparte S/.120 en forma DP a los números 2; 3 y 5. Indica la parte menor.

A) S/.12 B) S/.24 C) S/.36
D) S/.60 E) S/.72

10. Divide 2800 en partes DP a 2; 2^2 y 2^3. Indica la menor parte.

A) 200 B) 300 C) 400
D) 600 E) 800

NIVEL 2

Comunicación matemática

11. Juan, Carlos y Andrés van de compras a un centro comercial y se dan con la sorpresa de que el precio de las prendas es directamente proporcional a las tallas. Observa la figura.

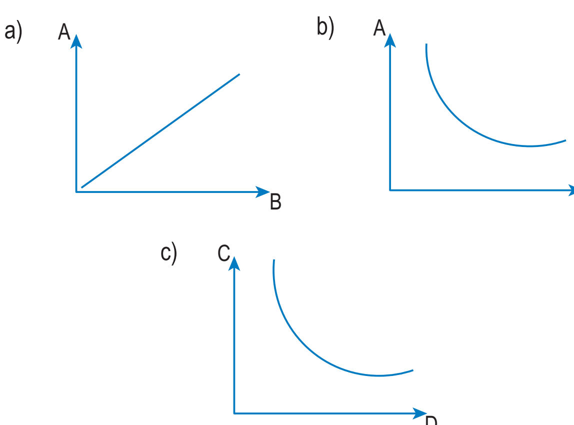
Si cada uno de ellos se compra dos pantalones y tres camisas, entonces:

¿Quién gasta más dinero? Andrés

¿Quién gasta menos dinero? Juan

¿Quién gasta menos que Carlos? Juan

12. Observa los siguientes gráficos:



Indica si las magnitudes son DP o IP.

- A DP B
- D IP C
- A IP C
- B DP A

Razonamiento y demostración

13. Si $\sqrt[3]{A}$ DP $\sqrt{B}$, entonces son verdaderos:

I. $\sqrt[3]{A}$ IP $\frac{1}{\sqrt{B}}$

II. A IP $\sqrt{B}^3$

III. $\sqrt[3]{A}^2$ DP B

A) Solo I B) Solo II C) I y II
D) I y III E) Todas

14. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

A) Si A DP B, entonces $A^{\frac{7}{11}}$ DP $B^{\frac{7}{11}}$. V

B) Si A^5 IP B^{10}, entonces A DP $\frac{1}{B^2}$. V

C) Si A^2 DP B, entonces A IP $\frac{1}{\sqrt{B}}$. V

Resolución de problemas

15. El precio de un diamante es directamente proporcional al cuadrado de su peso. Si un diamante que pesa 20 gramos cuesta \$4000, ¿cuánto costará otro diamante que pesa 25 gramos?

A) \$6000 B) \$5000 C) \$7500
D) \$7500 E) \$6250

16. El precio de un diamante es proporcional al cuadrado de su peso. Si un diamante de 4 gramos vale S/.1280, ¿cuál es el peso de un diamante que vale S/.3920?

A) 5 gramos B) 14 gramos C) 3 gramos
D) 7 gramos E) 6 gramos

17. Si la magnitud F es DP al cubo de T, completa el siguiente cuadro y halla m + p.

F	m	625	40
T	4	p	2

A) 325 B) 165 C) 185 D) 145 E) 75

18. Sea A DP B, además cuando A = 8; B = 6 y cuando A = 12; B = n. Halla A cuando B = n + 6.

A) 16 B) 18 C) 20 D) 24 E) 15

19. Se repartió una cierta cantidad de dinero entre 3 amigos, proporcionalmente a los números 3; 6 y 2; pero si se hubiera repartido IP a estos, uno de ellos se perjudicaría en S/.100. ¿Cuánto fue la menor cantidad repartida?

A) S/.24 B) S/.12 C) S/.48
D) S/.36 E) S/.32

20. Reparte S/.1550 IP a los números $\sqrt[3]{24}$; $\sqrt[3]{81}$ y $\sqrt[3]{375}$. Halla la parte mayor.

A) 750 B) 500 C) 360
D) 450 E) 480

NIVEL 3

Comunicación matemática

21. En la siguiente figura se muestran las partes de una bicicleta.

sillín
tija
manillar
frenos
frenos
rueda
horquilla
piñón
cadena
plato
pedal

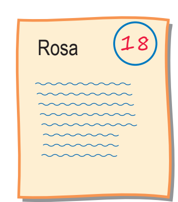
Escribe > ; < o = , según corresponda.

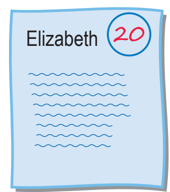
A) n.° de vueltas del piñón [>] n.° de vueltas del plato

B) n.° de vueltas de la rueda trasera [=] n.° de vueltas del piñón

C) n.° de vueltas del plato [<] n.° de vueltas de la rueda trasera.

22. En la imagen se muestran los exámenes con sus respectivas calificaciones de tres hermanas: Andrea, Rosa y Elizabeth.





Si su padre decide repartir S/.702 directamente proporcional a sus calificaciones, responde las siguientes preguntas:

A) ¿A quién le corresponde mayor cantidad de dinero?

[Elizabeth]

B) ¿A quién le corresponde menos cantidad de dinero?

[Andrea]

C) ¿Cuánto recibe Rosa?

[S/. 234]

Razonamiento y demostración

23. Se desea repartir una cantidad N, directamente proporcional a m, n y p. Indica verdadero (V) o falso (F), según corresponda.

a) Si m, n y p son números primos, la menor parte repartida es 2 y N = 10, entonces $(p^n)_{mín.} = 8$. [ ]

b) Si p = 16 y m + n = 46, entonces $N = \overset{\circ}{2}$. [ ]

c) Si la mayor parte repartida es 7 y m + n = p, donde $\{m; n; p\} \subset \mathbb{N}$, entonces CA(N) = 86. [ ]

24. Se desea repartir una cantidad N, inversamente proporcional a x, y, z. Indica verdadero (V) o falso (F), según corresponda.

a) Si x, y, z son números primos, donde $x = y - 1 = z - 3$ y la mayor parte repartida es 45, entonces N = 93. [ ]

b) Si x, y, z son números enteros positivos tal que $x < y < z$, donde $x + y + z = 6$, entonces $N = \overset{\circ}{11}$. [ ]

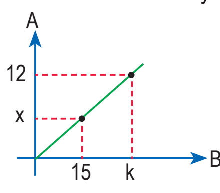
c) Si $\{x, y, z, N\} \subset \mathbb{Z}^+ \wedge xy + yz + xz = \frac{7}{4}xyz$, entonces $N_{mín.} = 14$. [ ]

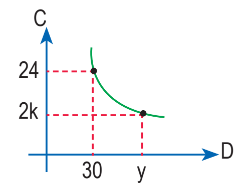
Resolución de problemas

25. Se sabe que una magnitud A es IP a B^2. Halla el valor de A, sabiendo que si disminuye en 36 unidades, el valor de B varía en un 25%.

A) 40 B) 50 C) 75
D) 85 E) 100

26. Dados los gráficos, halla $\frac{x}{y}$.





A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$
D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{7}$

27. A es DP a B^2 e IP a $\sqrt{C}$. Si cuando A = 4, B = 8 y C = 16. Halla A cuando B = 12 y C = 36.

A) 12 B) 6 C) 4 D) 9 E) 8

28. Supongamos que el apetito de una persona es DP a su talla e IP a su estado de ánimo. Si Horacio que mide 1,80 m y cuyo estado de ánimo es de 4 puntos se come 18 empanadas, halla cuántas empanadas se come Wilmer que mide 1,20 m y su estado de ánimo es de 6 puntos.

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

29. Se reparten $5700 entre tres hermanos en partes proporcionales a 3 números pares consecutivos crecientes, siendo la menor parte $1710. ¿Cuál es la diferencia de las otras partes?

A) $171 B) $209 C) $190
D) $210 E) $150

30. Reparte 23 580 soles en 4 partes de modo que la tercera sea el cuádruple de la primera, el triple de la segunda y 5/3 de la cuarta. Halla la menor parte.

A) S/. 2100 B) S/. 4100 C) S/. 1210
D) S/. 2700 E) S/. 34 000

Claves

NIVEL 1
1.
2.
3.
4.
5. E
6. A
7. C
8. D
9. B
10. C

NIVEL 2
11.
12.
13. D
14.
15. E
16. D
17. A
18. C
19. C
20. A

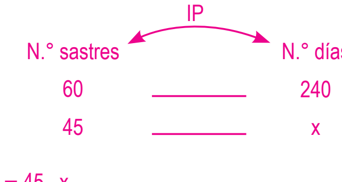
NIVEL 3
21.
22.
23.
24.
25. E
26. A
27. B
28. B
29. C
30. D

Aplicamos lo aprendido

TEMA 3: REGLA DE TRES

1 60 sastres pueden hacer una labor en 240 días. ¿Qué tiempo necesitarán 45 sastres para realizar la misma labor?

Resolución:



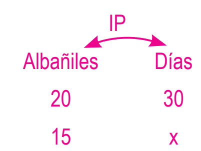
$\Rightarrow$ 60 . 240 = 45 . x

$\therefore$ x = 320

A) 310 B) 300 C) 280
D) 320 E) 290

2 Con 20 albañiles se puede construir una casa en 30 días, ¿cuántos días demorará en construir la casa 15 albañiles igualmente hábiles que los primeros?

Resolución:



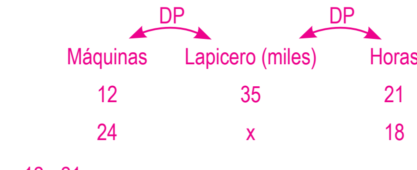
20 . 30 = 15 . x $\Rightarrow$ x = 40

$\therefore$ Demorarían 40 días.

A) 10 días B) 20 días C) 30 días
D) 40 días E) 50 días

3 12 máquinas pueden producir 35 mil lapiceros en 21 horas. ¿Cuántos miles de lapiceros podrán producir 24 máquinas en 18 horas?

Resolución:



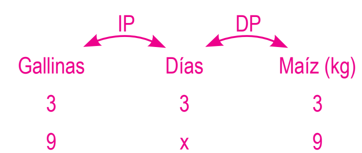
$\frac{35}{x} = \frac{12}{24} \cdot \frac{21}{18} \Rightarrow x = 60$

$\therefore$ Podrán producir 60 mil lapiceros.

A) 40 mil B) 45 mil C) 50 mil
D) 55 mil E) 60 mil

4 Si 3 gallinas comen en 3 días 3 kg de maíz, 9 gallinas, en cuántos días comerán 9 kg de maíz.

Resolución:



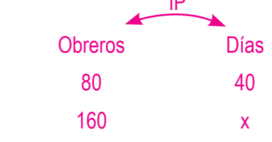
$\frac{3 \cdot 3}{3} = \frac{9 \cdot x}{9} \Rightarrow x = 3$

$\therefore$ 9 gallinas comerán 9 kg de maíz en 3 días.

A) 1 día B) 3 días C) 9 días
D) 12 días E) 15 días

5 80 obreros tardan 40 días en pintar una casa. Si duplicamos el número de obreros, ¿cuántos días tardarán en pintar otra casa de igual dimensión que la primera?

Resolución:



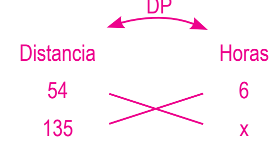
$\Rightarrow$ 80 . 40 = 160 . x $\Rightarrow$ x = 20

$\therefore$ Tardarán 20 días.

A) 10 días B) 15 días C) 20 días
D) 25 días E) 30 días

6 Si se recorren 54 km en 6 horas, ¿en qué tiempo recorreremos 135 km si la velocidad se mantiene constante?

Resolución:

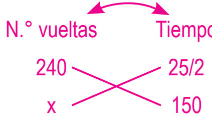


54 . x = 135 . 6 $\Rightarrow$ x = 15

A) 16 B) 14 C) 13
D) 15 E) 17

7 Si una rueda da 240 vueltas en 12 1/2 minutos, ¿cuántas vueltas dará en dos horas 30 minutos?

Resolución:

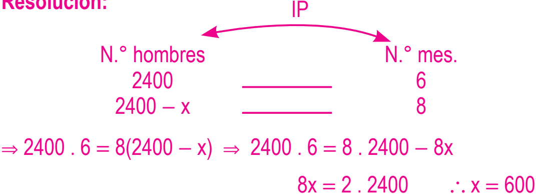


$240 \cdot 150 = x \cdot \frac{25}{2} \Rightarrow \frac{2 \cdot 240 \cdot 150}{25} = x \qquad \therefore x = 2880$

A) 280 B) 2880 C) 2960
D) 2480 E) 2620

8 Una guarnición de 2400 hombres tienen víveres para 6 meses. Si se desea que los víveres duren 60 días más, ¿cuántos hombres de la guarnición deberán retirarse?

Resolución:



$\Rightarrow 2400 \cdot 6 = 8(2400 - x) \Rightarrow 2400 \cdot 6 = 8 \cdot 2400 - 8x$

$8x = 2 \cdot 2400 \qquad \therefore x = 600$

A) 400 B) 800 C) 700
D) 500 E) 600

9 20 hombres trabajando 9 horas diarias pueden hacer una obra en 15 días; 18 hombres, en cuántas horas diarias pueden hacer la obra en 25 días.

Resolución:

$x = 9 \cdot \frac{20}{18} \cdot \frac{15}{25}$

$\therefore x = 6$ h/d

A) 10 h/d B) 7 h/d C) 6 h/d
D) 16 h/d E) 4 h/d

10 Un total de 72 agricultores han sembrado un terreno de 4800 m^2 durante 90 días. ¿Cuántos días necesitarán 60 agricultores del mismo rendimiento para sembrar un terreno de 12 000 m^2 de superficie?

Resolución:

N.° obreros	Área	N.° días
72	4800	90
60	12 000	x

(Área – N.° días: DP; N.° obreros – N.° días: IP)

$\Rightarrow \frac{72 \cdot 90}{4800} = \frac{60 \cdot x}{12\,000}$

$x = \frac{72 \cdot 90}{24} = 270$

A) 270 B) 280 C) 290
D) 260 E) 250

11 10 pintores pueden pintar una casa en 40 días, pero se necesita que terminen de pintar la casa 15 días antes, ¿cuántos pintores más se necesitan?

Resolución:

IP

Pintores	Días
10	40
10 + x	40 – 15

$\Rightarrow 10 \cdot 40 = (10 + x)(25)$

$16 = 10 + x$

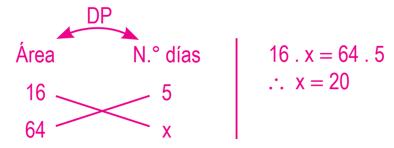
$x = 6$

$\therefore$ Se necesitan 6 pintores más.

A) 16 B) 7 C) 6
D) 10 E) 19

12 Un jardinero demora 5 días en sembrar un terreno cuadrado de 4 m de lado. ¿Cuánto se demorará en otro de 8 m de lado?

Resolución:



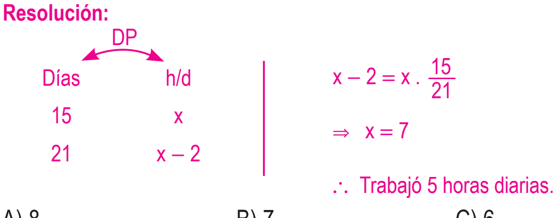
$16 \cdot x = 64 \cdot 5$

$\therefore x = 20$

A) 20 días B) 16 días C) 30 días
D) 18 días E) 14 días

13 Un albañil pensó hacer un muro en 15 días, pero tardó 6 días más por trabajar dos horas menos cada día. ¿Cuántas horas trabajó diariamente?

Resolución:



$x - 2 = x \cdot \frac{15}{21}$

$\Rightarrow x = 7$

$\therefore$ Trabajó 5 horas diarias.

A) 8 B) 7 C) 6
D) 5 E) 4

14 Un grupo de costureras dicen que pueden terminar de coser los uniformes que les pidieron en 3 días. Si contratan a 3 costureras adicionales lo harían en 2 días. Si todo el trabajo se lo dieran a una costurera, ¿cuánto tardaría?

Resolución:

IP

N.° cst.	N.° días
x	3
x + 3	2
1	y

$\Rightarrow x \cdot 3 = (x + 3) \cdot 2$

$x = 6$

$\Rightarrow 6 \cdot 3 = 1 \cdot y$

$\therefore y = 18$

A) 18 días B) 16 días C) 14 días
D) 20 días E) 12 días

Claves

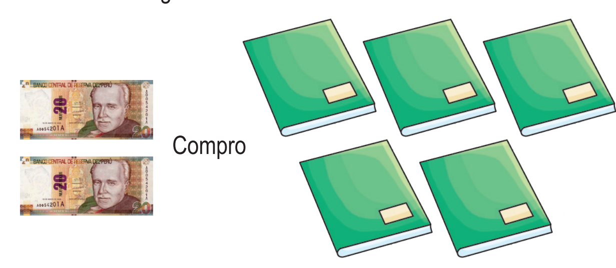
1. D	3. E	5. C	7. B	9. C	11. C	13. D
2. D	4. B	6. D	8. E	10. A	12. A	14. A

Practiquemos

NIVEL 1

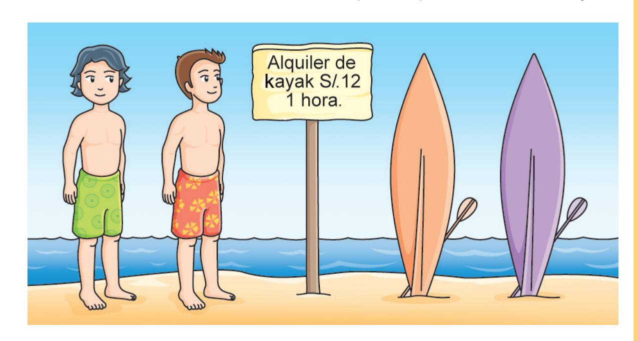
Comunicación matemática

1. Observa la imagen.



Marca el número de cuadernos que puedo comprar con:

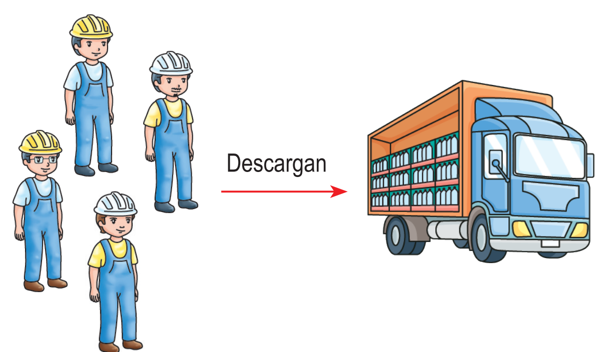
2. Jorge y Marcos van a la playa y deciden alquilar un kayak para cada uno. En la tabla se muestra el precio por hora de un kayak.



¿Cuánto dinero gastarán entre los dos, si cada uno alquila un kayak por 3 horas?

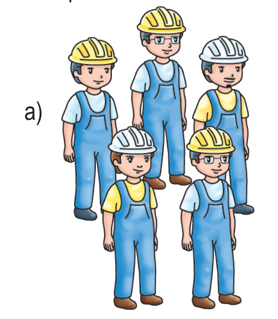
Respuesta: ______

3. Los obreros que se muestran en la imagen pueden descargar la mercadería un camión en 45 minutos.



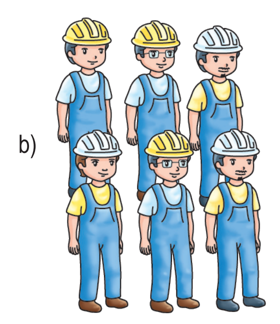
Completa:

a)



Tardarían ☐ minutos en descargar dicho camión.

b)



Tardarían ☐ minutos en descargar dicho camión.

Razonamiento y demostración

4. Si un automóvil recorre a velocidad constante, 140 km en 2 horas. Completa verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

a) Dicho automóvil recorre 175 km en 4 horas. ☐

b) Dicho automóvil recorre 245 km en 3,5 horas. ☐

c) Dicho automóvil recorre 70 km en 1 hora. ☐

5. Si un jardinero demora 4 días en sembrar un terreno de 36 m^2, indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

a) El jardinero demorará 6 días en sembrar un terreno de 54 m^2. ☐

b) El jardinero demorará 3 días en sembrar un terreno de 30 m^2. ☐

c) El jardinero demorará 1 día en sembrar un terreno de 12 m^2. ☐

Resolución de problemas

6. 54 albañiles pueden hacer una obra en 120 días, ¿qué tiempo necesitarán 162 albañiles para realizar la misma obra?

A) 42 B) 41 C) 40 D) 39 E) 38

7. Si 15 obreros tardan 10 días en hacer una obra, ¿cuántos obreros se necesitarán para hacer la misma obra en 25 días?

A) 6 B) 8 C) 10 D) 4 E) 15

8. Si 200 obreros pueden hacer una obra en 60 días, ¿cuántos obreros realizarán la misma obra en 20 días más?

A) 60 B) 90 C) 120 D) 150 E) 240

9. 20 operarios pueden producir 120 pares de zapatos en 18 días. ¿Cuántos operarios pueden producir 80 pares de zapatos en 24 días?

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

10. La tercera parte de una obra es realizada por 8 hombres en 5 días. ¿En cuánto tiempo 10 hombres pueden hacer la mitad de la obra?

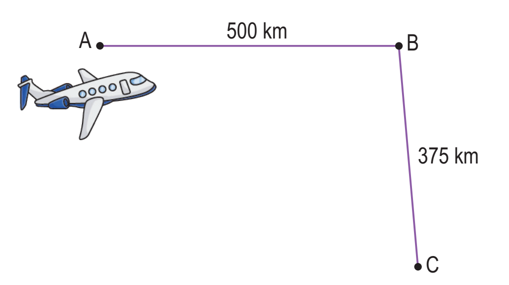
A) 6 días B) 9 días C) 12 días D) 5 días E) 15 días

NIVEL 2

Comunicación matemática

11. Si 6 operarios pueden producir 36 pares de zapatos, marca con un aspa la cantidad de zapatos que pueden producir 2 operarios.

12. En la figura se muestra el recorrido de un avión F - 14 Tomcat, de la ciudad A hacia la ciudad B; y de la ciudad B hacia la ciudad C.



Si para viajar de la ciudad A hacia la ciudad B, el avión F - 14 Tomcat tarda 12 minutos, ¿cuánto tarda dicho avión en viajar de la ciudad B hacia la ciudad C?

Respuesta: ______

Razonamiento y demostración

13. Si 100 obreros pueden pintar 40 casas en cierto número de días, ¿cuántas casas pintarán en 50 días?

Información brindada
I. El número de obreros no varía.
II. Las 40 casas las pintan en 25 días.

Para resolver el problema.
A) La información I es suficiente.
B) La información II es suficiente.
C) Es necesario utilizar ambas informaciones.
D) Cada una de las informaciones por separado, es suficiente.
E) Las informaciones dadas son insuficientes.

14. Si cierto número de trabajadores fabrican 50 mesas en 40 días, ¿cuántas mesas fabricarán 16 trabajadores?

Información brindada:
I. Se quiere saber cuántas mesas se fabricarán en 24 días.
II. Se sabe que el número inicial de trabajadores es 8.

Para resolver el problema:
A) La información I es suficiente.
B) La información II es suficiente.
C) Es necesario utilizar ambas informaciones .
D) Cada una de las informaciones por separado, es suficiente.
E) Las informaciones dadas son insuficientes.

Resolución de problemas

15. Para sembrar un terreno cuadrado de 20 m de lado, un peón cobra 300 soles. ¿Cuánto cobrará por sembrar otro terreno cuadrado de 12 m de lado?

A) S/.108 B) S/.111 C) S/.109 D) S/.107 E) S/.110

16. Sabiendo que de 250 quintales de remolacha pueden extraerse 30 quintales de azúcar. ¿Cuántos quintales de azúcar podrán proporcionar 100 quintales de remolacha?

A) 10 B) 15 C) 18 D) 12 E) 20

17. Un batallón de 100 hombres tienen víveres para 32 días. Si solo fueron 80 hombres, ¿para cuántos días más les alcanzaría los víveres?

A) 40 días B) 32 días C) 24 días D) 16 días E) 8 días

18. La habilidad de dos obreros es como 5 a 11; cuando el primero haya hecho 57 metros de una obra, ¿cuánto habrá hecho el otro?

A) 125,4 m B) 136,8 m C) 72,8 m D) 108,2 m E) 73,6 m

19. Un albañil pensó construir un muro en 15 días, pero tardó 5 días más, porque trabajó 3 horas menos cada día. ¿Cuántas horas trabajó diariamente?

A) 12 h B) 10 h C) 9 h D) 8 h E) 15 h

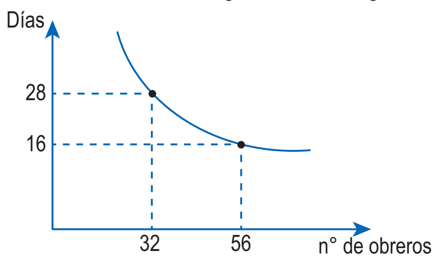
20. Seis obreros terminan un trabajo en 24 días. Después de 8 días de trabajo se incluyen dos obreros más. ¿En cuánto tiempo terminarán lo que falta de la obra?

A) 6 días B) 9 días C) 12 días D) 10 días E) 11 días

NIVEL 3

Comunicación matemática

21. Cierto número de obreros puede terminar una obra en un determinado número de días, según lo indica el gráfico.

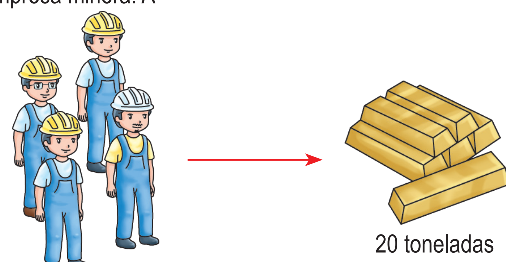


¿Cuántos obreros se deberán contratar para culminar la obra en 2 semanas?

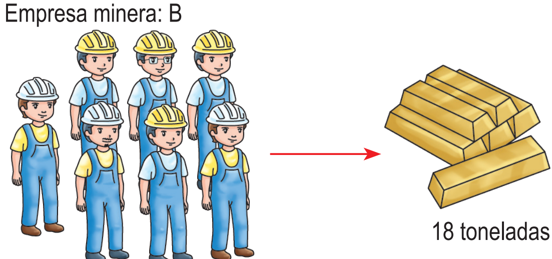
Respuesta: ______

22. En el siguiente gráfico, se representa la producción de otro de dos empresas mineras en una semana.

Empresa minera: A



Empresa minera: B



Si en la empresa minera A, los obreros trabajan 5 horas al día, ¿cuántas horas al día trabajan los obreros de la empresa minera B, si estos tienen igual eficiencia?

Respuesta: ______

Razonamiento y demostración

23. Si n trabajadores hacen una obra en 9 días, ¿en cuántos días terminarán la misma obra 10 trabajadores?

Información brindada:

I. n – 8 trabajadores terminan la obra en 15 días.
II. 9 trabajadores terminarán la obra en n días.

Para resolver el problema:

A) La información I es suficiente.
B) La información II es suficiente.
C) Es necesario utilizar ambas informaciones.
D) Cada una de las informaciones por separada es suficiente.
E) Las informaciones dadas son insuficientes.

24. Si se necesitan 24 obreros para levantar $\overline{mn}$ columnas en 5 días, ¿cuántos obreros se necesitan para levantar 20 columnas?

Información brindada:

I. $CD(\overline{mn}) = 5 \wedge n - m \in \mathbb{Z}^+$
II. Las 20 columnas se deben levantar en n – 1 días.

Para resolver el problema:

A) El dato I es suficiente y el dato II no lo es.
B) El dato II es suficiente y el dato I no lo es.
C) Ambos datos son necesarios.
D) Cada uno de los datos por separado es suficiente.
E) Se necesitan más datos

Resolución de problemas

25. Un hombre tarda 12 3/5 días en hacer 7/12 de una obra. ¿Cuántos días tiempo necesitará para terminar la obra?

A) 8 B) 10 C) 11 D) 12 E) 9

26. Un caballo amarrado con una cuerda de 8 metros de longitud emplea 24 días para comer la hierba que está a su alcance. ¿Cuántos días más podrá comer si es amarrado con una cuerda de 10 metros de longitud?

A) 10 días B) 11 días C) 11,5 días
D) 12,5 días E) 13,5 días

27. 10 campesinos siembran un terreno cuadrado de 15 metros de lado en 12 días. ¿En cuántos días 30 campesinos sembrarán otro terreno cuadrado de 20 metros de lado?

A) 7 días B) $7\frac{1}{3}$ días C) 8 días
D) 9 días E) $7\frac{1}{9}$ días

28. En 16 días, 9 obreros han hecho los 2/5 de una obra. Si se retiran 3 obreros, ¿cuántos días demorarán los obreros restantes para terminar la obra?

A) 34 días B) 36 días C) 38 días
D) 40 días E) 42 días

29. Una obra debía terminarse en 30 días empleando 20 obreros, trabajando 8 horas diarias. Después de 12 días de trabajo, se pidió que la obra quedase terminada 6 días antes de aquel plazo y así se hizo. ¿Cuántos obreros se aumentaron teniendo presente que se aumentó también en dos horas el trabajo diario?

A) 5 B) 3 C) 2 D) 6 E) 4

30. Una obra debe ser terminada en 30 días, con 15 obreros trabajando 8 horas diarias. Después de 3 días de trabajo se acordó terminar 12 días antes. ¿Cuántos obreros más debieron contratarse, teniendo en cuenta que se aumentó en una hora de trabajo diario?

A) 9 B) 10 C) 12 D) 15 E) 16

Claves

NIVEL 1	7. A	13. C	20. C	26. E
1.	8. D	14. C	NIVEL 3	27. E
2.	9. D	15. A	21.	28. B
3.	10. A	16. D	22.	29. E
4.	NIVEL 2	17. E	23. A	30. A
5.	11.	18. A	24. C	
6. C	12.	19. C	25. E	

Aplicamos lo aprendido

TEMA 4: TANTO POR CIENTO

1 ¿Cuál es el 5% de 700?

Resolución:
5% de 700
$\frac{5}{100} \cdot 700 = 35$

A) 20 B) 25 C) 30
$\textcircled{D}$) 35 E) 40

2 Calcula el 25% de 600 más el 7% de 800.

Resolución:
25% . 600 + 7% . 800
$\frac{25}{100} \cdot 600 + \frac{7}{100} \cdot 800 = 206$

A) 208 B) 118 C) 218
$\textcircled{D}$) 206 E) 196

3 Dos aumentos sucesivos del 10% y 30% equivalen a un aumento único de:

Resolución:
$AU = [a_1 + a_2 + \frac{a_1 \cdot a_2}{100}]\%$
$AU = [10 + 30 + \frac{10 \cdot 30}{100}]\%$
$AU = 43\%$

A) 33% $\textcircled{B}$) 43% C) 53%
D) 37% E) 40%

4 Calcula el 0,5% de 800 más el 0,25% de 2000.

Resolución:
$\frac{0,5}{100} \cdot 800 + \frac{0,25}{100} \cdot 2000 = 4 + 5 = 9$

A) 10 B) 12 $\textcircled{C}$) 9
D) 18 E) 78

5 Calcula el 20% de 150 más el 3,5% de 2000.

Resolución:
$\frac{20}{100} \cdot 150 + \frac{3,5}{100} \cdot 2000$
$30 + 70 = 100$

A) 70 B) 80 C) 90
$\textcircled{D}$) 100 E) 110

6 ¿Qué tanto por ciento es 45 de 90?

Resolución:
$x\% \cdot 90 = 45$
$\frac{x}{100} \cdot 90 = 45$
$x = 50$
$\therefore x\% = 50\%$

$\textcircled{A}$) 50% B) 60% C) 25%
D) 200% E) 150%

7 Halla y, si el y% de 910 es 81,9.

Resolución:

$y\% \cdot 910 = 81,9$

$\frac{y}{100} \cdot 910 = \frac{819}{10}$

$y \cdot 91 = 819$

$y = \frac{819}{91} \Rightarrow y = 9$

A) 8 B) 7 C) 18
D) 3 (E) 9

8 Si el (3a − 2)% de 8230 es 823, halla a.

Resolución:

$(3a - 2)\% \cdot 8230 = 823$

$\frac{(3a-2)}{100} \cdot 8230 = 823$

$3a - 2 = 10$

$3a = 12 \Rightarrow a = 4$

(A) 4 B) 5 C) 8
D) 6 E) 9

9 ¿De qué número es 1200 el 40% menos?

Resolución:

$x - 40\%x = 1200$

$x - \frac{40}{100}x = 1200$

$\frac{5x - 2x}{5} = 1200 \Rightarrow \frac{3x}{5} = 1200$

$\therefore x = 2000$

A) 1500 B) 2800 C) 3000
D) 3200 (E) 2000

10 ¿Qué porcentaje de A es B si 30% A = 50%B?

Resolución:

$30\%A = 50\%B$

$\frac{30\%}{50\%}A = B$

$\frac{3}{5}A = B$

$\therefore 60\%A = B$

A) 33% B) 45% C) 50%
(D) 60% E) 65%

11 Si el $\frac{30}{2}\%$ de (2n − 100) es 60, halla n.

Resolución:

$\frac{30}{2}\% \cdot (2n - 100) = 60$

$\frac{30}{100} \cdot (2n - 100) = 120$

$2n - 100 = 400$

$2n = 500$

$\therefore n = 250$

A) 150 B) 160 C) 280
D) 350 (E) 250

12 Si el sueldo de Alberto fuese aumentado en 10%, le alcanzaría para comprar 20 camisetas. ¿Cuántas camisetas podría comprar si el aumento fuese del 21%?

Resolución:

Sea:
S: sueldo de Alberto
p: precio de cada camiseta
Del enunciado:

$S + 10\%S = 20p \Rightarrow 110\%S = 20p$ ...(1)

$S + 21\%S = xp \Rightarrow 121\%S = xp$ ...(2)

Dividiendo (2) y (1):

$\frac{121}{110} = \frac{x}{20} \Rightarrow x = 22$

A) 21% B) 25% C) 24%
(D) 22% E) 30%

13 Si a es igual al 20% del 80% del 3 por 5 de 500 y b es igual al 3 por 7 del 21% de 400, ¿qué tanto por ciento de a es igual a b% de 200?

Resolución:

$a = 20\%80\%\frac{3}{5}(500)$

$a = 48$

$b = \left(\frac{3}{7}\right)21\%(400)$

$b = 36$

Piden:

$x\%\ a = b\%\ 200$

$x\%\ 48 = 36\% \cdot 200$

$\therefore x\% = 150\%$

A) 50% B) 120% C) 70%
D) 80% (E) 150%

14 En un salón de clase el 70% son hombres. Si falta el 25% de las mujeres y solo asisten 18 mujeres, ¿cuál es el total de alumnos del salón?

Resolución:

Sea 100k el número de alumnos en el salón.

n.° de hombres = 70% . 100k = 70k

n.° de mujeres = 30k

Si falta el 25% de las mujeres ⇒ 75% asiste

$75\%(30k) = 18$

$k = \frac{4}{5}$

Reemplazamos:

$100k = 100\left(\frac{4}{5}\right) = 80$

Por lo tanto, hay 80 alumnos en el salón.

A) 90 (B) 80 C) 120
D) 75 E) 150

Claves

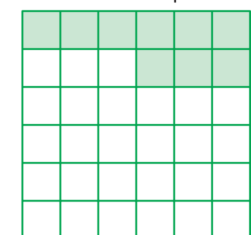
1. D	3. B	5. D	7. E	9. E	11. E	13. E
2. D	4. C	6. A	8. A	10. D	12. D	14. B

Practiquemos

NIVEL 1

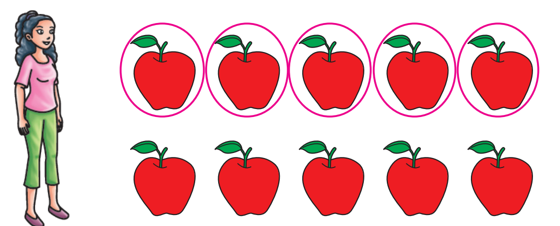
Comunicación matemática

1. ¿Qué porcentaje del cuadrado está pintado?



Respuesta: 25%

2. En la figura marca con un aspa las manzanas que se come Yisela, si se sabe que ella se come el 50% del total de estas.



3. Un comerciante vende el 75% del total de camisas. Pinta las camisas que fueron vendidas.

Razonamiento y demostración

4. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

A) El 2% del 2% del 2% de 100 es 1. ( )

B) 0,5% > 0,7% ( )

C) 50 = 25%100 + 70%100 ( )

5. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

A) El $(0,4)^2$% de 1000 es 1,6. ( )

B) 17 es el 60% de 25. ( )

C) 2% = 0,002 ( )

Resolución de problemas

6. ¿Cuál es el 40% de 4800?

A) 1940 B) 1960 C) 1820
D) 1920 E) 1860

7. Calcula el 5% de 6320 más el 25% de 4880.

A) 1596 B) 1786 C) 1586
D) 1716 E) 1536

8. Calcula el 50% de 4830 más el 25% de 4880.

A) 3555 B) 3635 C) 3725
D) 3825 E) 3925

9. ¿Qué tanto por ciento es 42 de 3360?

A) 2,16% B) 2,05% C) 1,25%
D) 2,15% E) 1,75%

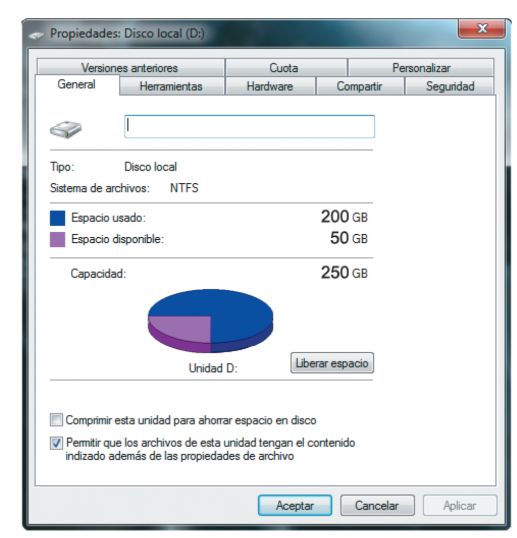
10. ¿Qué tanto por ciento de 1500 es 720?

A) 64% B) 62% C) 60%
D) 48% E) 46%

NIVEL 2

Comunicación matemática

11. En la figura se muestra el espacio usado y el espacio disponible de una unidad de disco duro.



a) ¿Qué porcentaje del espacio usado es el espacio disponible?
Respuesta: 25%

b) ¿Qué porcentaje del espacio total es el espacio disponible?
Respuesta: 20%

12. En la figura se muestran a los adultos y niños que acudieron a una fiesta.

a) ¿Qué porcentaje de adultos se han retirado?
Respuesta: 60%

b) ¿Qué porcentaje de niños se han retirado?
Respuesta: 50%

Razonamiento y demostración

13. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

A) Si 3%N = 12, entonces N > 400.

B) 4%P + P = 1,4P

C) 0,5M = 50%M

14. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

A) (1 + 2 + 3)%A = 1%A + 2%A + 3%A

B) $\sqrt{3}\%(4\sqrt{3}) = 0{,}04$

C) 1,5%B = 1,5B

Resolución de problemas

15. Calcula x, si el 2,5% de 4x es 50.

A) 400 B) 600 C) 800
D) 500 E) 1000

16. Si el $\left(\frac{x}{2} - 1\right)\%$ de 400 es 144, halla x.

A) 78 B) 68 C) 76
D) 74 E) 64

17. Halla N, si el $\left(\frac{2N}{3} + 2\right)\%$ de 400 es 32.

A) 9 B) 7 C) 3 D) 16 E) 8

18. Si el (4n – 1)% de 500 es 15, halla n.

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

19. Si: x% de 1256 es 125,6.
y% de 3720 es 372.
z% de 8550 es 4275.
Halla: x + y + z

A) 60 B) 70 C) 80 D) 90 E) 86

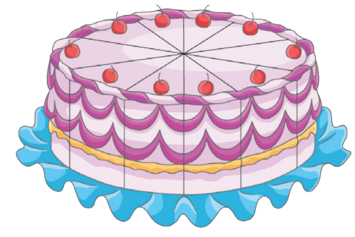
20. Si el A% de 1800 es 108 y el B% de 1200 es 36, halla: $\frac{A}{B}$

A) 1 B) 2 C) 3 D) 0,5 E) 4

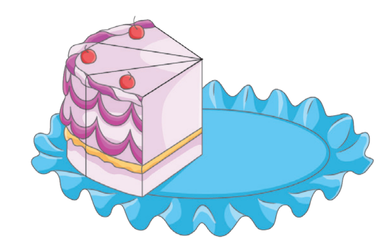
NIVEL 3

Comunicación matemática

21. En un cumpleaños asiste cierta cantidad de invitados. Una torta se divide en porciones de igual tamaño, cada una para un invitado, tal como se muestra la figura:



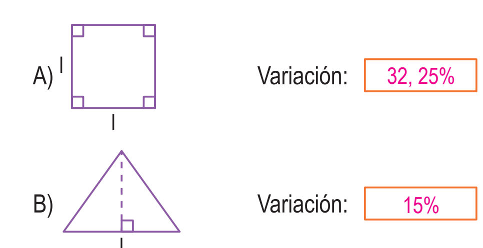
A cierta hora se retiraron algunos invitados sin recibir su porción de torta y se repartió solo entre los invitados presentes tal como se había planeado al inicio, sobrando cierta cantidad de porciones como se muestra en la figura:



a) ¿Qué porcentaje de los invitados se retiraron de la fiesta?
Respuesta: 30%

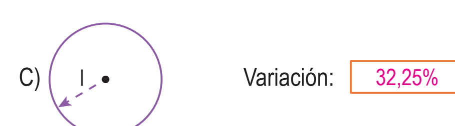
b) ¿Qué porcentaje de invitados se quedaron en la fiesta?
Respuesta: 70%

22. Si l aumenta en 15%, escribe en los recuadros qué tanto por ciento varía el área de cada una de las figuras.



A) Variación: 32, 25%

B) Variación: 15%



C) Variación: 32,25%

23. El siguiente cuadro muestra la encuesta realizada a los alumnos de un colegio sobre el tipo de película que prefieren.

Película \ Alumnos	Damas	Varones
Ficción	15	25
Comedia	30	20
Terror	18	27
Drama	17	10
Total	80	80

Responde las siguientes preguntas:

a) ¿Qué porcentaje prefiere comedia respecto al total de alumnos?

31,25 %

b) ¿Qué porcentaje prefiere ficción respecto al total de alumnos?

25 %

c) ¿Qué porcentaje de varones prefiere comedia respecto al total de varones?

25 %

d) ¿Qué porcentaje prefiere drama respecto a los que prefieren terror?

60 %

e) ¿Qué porcentaje de damas prefiere terror respecto al total de damas?

22,5 %

Razonamiento y demostración

24. Indica verdadero (V) o falso (F).

I. De 2500, 1000 es el 60% menos.

II. Dos descuentos sucesivos de 20% y 30% equivalen a un descuento único del 50%.

III. Dos aumentos sucesivos del 10% y 10% equivalen a un aumento único del 21%.

A) VVV B) VFV C) FVF
D) FVV E) FFV

25. Demuestra que:

a) Dos aumentos sucesivos del a% y b% equivalen a un aumento único de:

$\left(a+b+\frac{ab}{100}\right)\%$

b) Dos descuentos sucesivos del a% y b% equivalen a un descuento único de:

$\left(a+b-\frac{ab}{100}\right)\%$

Resolución de problemas

26. Si el $\frac{48}{2}$% de $\left(\frac{8n}{3}-16\right)$ es 72, halla n.

A) 112,5 B) 110,4 C) 116,5
D) 118,5 E) 115,4

27. Si el (3a – 2)% de 8230 es 823, halla a.

A) 4 B) 5 C) 8
D) 6 E) 9

28. Sebastián consumió el 20% de 1 litro de gaseosa, Laura consumió el 25% del resto, mientras que Juana consumió el 60% de lo que quedó. ¿Qué tanto por ciento del total quedó en la botella?

A) 25% B) 30% C) 36%
D) 24% E) 28%

29. De un grupo de alumnos de una I. E. el 20% son de 1.^{er} año, el 35% son de 2.° año y los 11 restantes son de 3.^{er} año. ¿Cuántos amigos hay en el grupo?

A) 18 B) 25 C) 16
D) 20 E) 18

30. Carlos le dice a Pedro: "Entre tu dinero y el mío suman 900 pero si hubieras recibido 30% menos de lo que te corresponde tendrías lo que yo tendría si recibiera 20% menos". ¿Cuánto tiene Pedro?

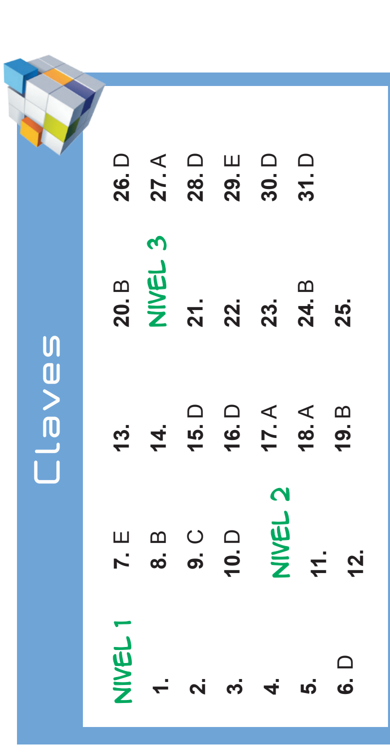
A) 420 B) 460 C) 430
D) 480 E) 540

31. El m% de k habitantes de una ciudad son niños. Si el n% de los adultos sabe leer, entonces el número de adultos que no sabe leer es:

A) $(n-m)\left(1-\frac{a}{100}\right)k$ B) $\left(1-\frac{m}{100}\right)k$

C) $n\left(1-\frac{m}{100}\right)p$ D) $\left(1-\frac{n}{100}\right)\left(1-\frac{m}{100}\right)k$

E) $(m-n)\left(1-\frac{n}{100}\right)k$



MARATÓN Matemática

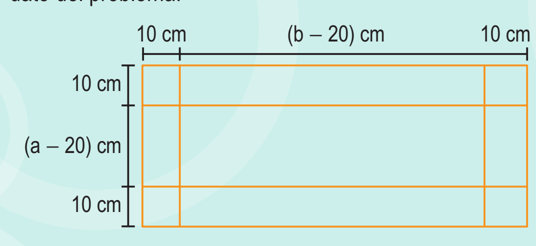
El ancho de una alfombra rectangular es a su largo como 2 es a 3. Si se le corta por los cuatro costados una tira de 10 cm de ancho, la superficie disminuye en 5600 cm^2. Halla el largo de dicha alfombra.

Resolución:

Sea a el ancho y b el largo de la alfombra.
Del enunciado:

$\frac{a}{b} = \frac{2}{3} \Rightarrow a = 2k; b = 3k, k \in \mathbb{Z}^+$

Por dato del problema:



Sea A el área inicial, entonces:
$A = (2k) \times (3k)$
$A = 6k^2$

Sea A_1 el área de la alfombra luego de haberle cortado por sus cuatro lados, una tira de 10 cm de ancho, entonces:

$A_1 = (a - 20) \times (b - 20)$
$A_1 = (2k - 20) \times (3k - 20)$
$A_1 = 6k^2 - 100k + 400$

Del enunciado:

$A - A_1 = 5600$
$6k^2 - 6k^2 + 100k - 400 = 5600$
$100k = 6000$
$k = 60$

Piden:
$b = 3k = 3 \times (60) = 180$ cm

1. Determina la tercera proporcional entre la media proporcional de 9; 16 y la cuarta proporcional de 10; 15 y 15.

A) 42,19 B) 36,5 C) 36,75
D) 37 E) 38

2. En una proporción aritmética la suma de los términos extremos es 64 y de los términos medios está en la relación de 9 a 7. Halla la tercera diferencial de los términos medios.

A) 14 B) 16 C) 20 D) 22 E) 24

3. Sabiendo que:

A: media proporcional de 40 y 10.
B: tercera proporcional de 8 y 12.
C: cuarta diferencial de 72; 60 y 42.
y $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$. Halla D.

A) 32 B) 28 C) 25
D) 30 E) 27

4. Reparte 600 en 2 partes DP a 2,5 y 1,5. Da como respuesta la diferencia de las partes.

A) 75 B) 180 C) 120
D) 150 E) 110

5. Reparte 132 en tres partes que sean inversamente proporcionales a los números 1; 2 y 3. Indica la mayor parte.

A) 24 B) 27 C) 36
D) 72 E) 80

6. El precio de un diamante es proporcional al cuadrado de su peso. Si un diamante de 4 gramos vale S/.1280, ¿cuál es el peso de un diamante que vale S/.3920?

A) 5 gramos B) 14 gramos C) 3 gramos
D) 7 gramos E) 6 gramos

7. Si 16 obreros pueden hacer una obra en 38 días. ¿En cuántos días harán la obra si 5 de los obreros aumentan su rendimiento en un 60%?

A) 28 B) 29 C) 30 D) 31 E) 32

8. Doce hombres se comprometen a terminar una obra en 8 días. Luego de trabajar 3 días juntos, se retiran 3 hombres. ¿Con cuántos días de retraso terminan la obra?

A) $1\frac{1}{4}$ B) $1\frac{2}{3}$ C) $2\frac{1}{3}$
D) 1 E) 2

9. Un tornillo entra 0,3 mm cada 25 vueltas. ¿Cuántas vueltas tendrá que dar para penetrar 4,5 mm?

A) 275 B) 357 C) 257
D) 375 E) 457

10. De un recipiente lleno de agua se extrae el 20% de lo que no se extrae. ¿Qué tanto por ciento estará lleno el recipiente, si se llena con el 25% de lo que faltaba llenar?

A) 83,7% B) 86% C) 87%
D) 87,5% E) 87,8%

11. Cada 2 años el alquiler de una casa aumenta en 10%; si al comienzo del quinto año debe pagarse S/.3630, ¿cuál fue el costo del alquiler inicial?

A) S/.2800 B) S/.2900 C) S/.3000
D) S/.3300 E) S/.3600

12. Si Rosa se retiró de un proyecto con S/.240, habiendo perdido primero el 20% y luego ganando el 50% de lo que le quedaba, ¿con cuánto inició el proyecto?

A) S/.200 B) S/.288 C) S/.250
D) S/.300 E) S/.240

Aritmética
Aritmética
Aritmética
Unidad 4
Aritmética
Aritmética

RECUERDA

Historia de las matemáticas

Cronológicamente, esta historia podría dividirse en cuatro grandes bloques según la periodicidad establecida por A.N. Kolmogorov:

a) Nacimiento de las matemáticas: este periodo se prolonga hasta los siglos VI-V a.C. cuando las matemáticas se convierten en una ciencia independiente con objeto y metodología propios. También podría denominarse matemáticas antiguas o prehelénicas y en ellas se suelen englobar las matemáticas de las antiguas civilizaciones de Egipto, Mesopotamia, China e India. Grecia estaría situada a caballo entre este periodo y el siguiente.

b) Periodo de las matemáticas elementales: se prolonga desde los siglos VI-V a.C. hasta finales del siglo XVI. Durante este periodo se obtuvieron grandes logros en el estudio de las matemáticas constantes, comenzando a desarrollarse la geometría analítica y el análisis infinitesimal.

c) Periodo de formación de las matemáticas de magnitudes variables: el comienzo de ese periodo está representado por la introducción de las magnitudes variables en la geometría analítica de Descartes y la creación del cálculo diferencial e integral en los trabajos de I. Newton y G.V. Leibniz. En el transcurso de este periodo se formaron casi todas las disciplinas conocidas actualmente, así como los fundamentos clásicos de las matemáticas contemporáneas. Este periodo se extendería aproximadamente hasta mediados del siglo XIX.

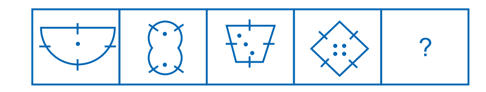
d) Periodo de las matemáticas contemporáneas: se encuentra en proceso de creación desde mediados del siglo XIX. En este periodo el volumen de las formas espaciales y relaciones cuantitativas abarcadas por los métodos de las matemáticas han aumentado espectacularmente, e incluso podríamos decir exponencialmente desde la llegada del ordenador.

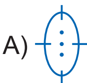
Reflexiona

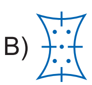
- *Tienes derecho a equivocarte, es casi lógico que cometas errores. No te autocastigues, pero tampoco debes ser cobarde, mediocre ni alcahuete; dentro de ti se encuentra la semilla de un ser extraordinario, solo que... tal vez no lo sabías, pero ahora ya lo sabes y debes esperar lo mejor de ti.*
- *Debemos canalizar la energía que poseemos a través de nuestros ideales para dirigir adecuadamente nuestro destino.*
- *"El tiempo es un recurso no renovable, el cual por más esfuerzos que realicemos no podremos recuperarlo hoy".*

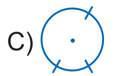
¡Razona...!

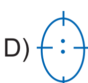
Señala la figura que completa adecuadamente la secuencia en:

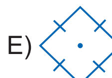


A) 

B) 

C) 

D) 

E) 

Aplicamos lo aprendido

TEMA 1: PROMEDIOS

1 Halla la $\overline{MA}$ de 4; 8; 12 y 20.

Resolución:

$\overline{MA} = \frac{4+8+12+20}{4} = 11$

A) 10 B) 8 C) 12
D) 11 E) 9

2 Halla la $\overline{MG}$ de 1; 2 y 4.

Resolución:

$\overline{MG}(1; 2; 4) = \sqrt[3]{1 \cdot 2 \cdot 4} = \sqrt[3]{8}$

$\therefore \overline{MG}(1; 2; 4) = 2$

A) 2,5 B) 2,8 C) 3
D) 3,1 E) 2

3 El promedio armónico de 10; 12; 20 y a es 15. Halla a.

Resolución:

$\overline{MH} = \frac{4}{\frac{1}{10}+\frac{1}{12}+\frac{1}{20}+\frac{1}{a}} = 15$

$\Rightarrow \frac{4}{15} = \frac{1}{10}+\frac{1}{12}+\frac{1}{20}+\frac{1}{a}$

$\frac{1}{30} = \frac{1}{a} \Rightarrow a = 30$

A) 10 B) 20 C) 30
D) 40 E) 50

4 Halla x, si el promedio geométrico de x; 6 y 4 es 12.

Resolución:

$\overline{MG} = \sqrt[3]{x.6.4} = 12$

$24x = 12^3$

$24x = 1728 \Rightarrow x = 72$

A) 42 B) 52 C) 62
D) 72 E) 82

5 La $\overline{MA}$ de 2 números es 16 y la $\overline{MH}$ de estos mismos es 4. Calcula la $\overline{MG}$ de dichos números.

Resolución:

Sean los números a y b.

$\overline{MH} = \frac{a+b}{2} = 16 \Rightarrow a+b = 32$

$\overline{MA} = \frac{2ab}{a+b} = 4$

$\Rightarrow ab = 2 \times 32 = 64$

Piden:

$\overline{MG} = \sqrt{ab} = \sqrt{64} = 8$

A) 10 B) 8 C) 12
D) 16 E) 9

6 Al calcular el promedio aritmético de los n primeros números naturales, resultó 15. Halla el valor de n.

Resolución:

$\overline{MA} = 15 = \frac{\frac{n(n+1)}{2}}{n}$

$15 = \frac{n(n+1)}{2n}$

$15 = \frac{n+1}{2}$

$30 = n + 1$

$\therefore n = 29$

A) 27 B) 28 C) 29
D) 30 E) 31

7 Si para dos números a y b se cumple:
$\overline{MA}(a; b) \times \overline{MH}(a; b) = 9\overline{MG}(a; b)$
Calcula: $\overline{MG}(a; b)$

Resolución:
$\overline{MG}(a; b)^2 = 9\overline{MG}(a; b)$
$\overline{MG}(a; b) = 9$

$\textcircled{A}$) 9 B) 8 C) 5
D) 4 E) 3

8 El promedio de 6 números es 24 y el promedio de otros 4 números es 14. Halla el promedio de todos los números.

Resolución:
Sea la $\overline{MA}$ de 6 números:
$$\overline{MA} = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_6}{6} = 24$$
$\Rightarrow a_1 + a_2 + ... + a_6 = 144$
Sea la $\overline{MA}$ de 4 números:
$$\overline{MA} = \frac{b_1 + b_2 + b_3 + b_4}{4} = 14$$
$\Rightarrow b_1 + ... + b_4 = 56$

Piden:
$$\overline{MA} = \frac{a_1 + ... + a_6 + b_1 + ... + b_4}{10}$$
$$\overline{MA} = \frac{144 + 56}{10} = \frac{200}{10} = 20$$

A) 12 B) 14 C) 16
D) 18 $\textcircled{E}$) 20

9 Halla la cuarta nota que al promediarse con 10; 15 y 11 determine un promedio de 13.

Resolución:
Sean los números: 10; 15; 11 y x
$$\overline{MA} = \frac{10 + 15 + 11 + x}{4} = 13$$
$10 + 15 + 11 + x = 52$
$36 + x = 52$
$\therefore x = 16$

$\textcircled{A}$) 16 B) 14 C) 15
D) 17 E) 13

10 El promedio de 16 números es 13, si se considera un número más, el promedio aumenta en 4 unidades. Halla el número aumentado.

Resolución:
$$\overline{MA} = \frac{a_1 + a_2 + ... + a_{16}}{16} = 13$$
$\Rightarrow a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_{16} = 208$
$$\overline{MA} = \frac{\overbrace{a_1 + a_2 + ... + a_{16}}^{208} + a_{17}}{17} = 17$$

$$\frac{208 + a_{17}}{17} = 17$$
$208 + a_{17} = 17 \times 17$
$208 + a_{17} = 289$
$a_{17} = 81$

A) 80 $\textcircled{B}$) 81 C) 90
D) 91 E) 71

11 El promedio aritmético de 10 números diferentes es 45 y el promedio aritmético de otros 15 números es 60. Halla el promedio aritmético de los 25 números.

Resolución:
$$\frac{\alpha + \beta + ... + \delta}{10} = 45 \wedge \frac{a + b + ... + k}{15} = 60$$
$$\overline{MA} = \frac{\alpha + \beta + ... + \delta + a + b + ... + k}{25}$$
$$\overline{MA} = \frac{450 + 900}{25} = 54$$
$\therefore \overline{MA} = 54$

$\textcircled{A}$) 54 B) 52 C) 44
D) 32 E) 27

12 Para 2 números se cumple que $\frac{\overline{MH}}{\overline{MA}} = \frac{4}{9}$, determina: $\frac{\overline{MG}}{\overline{MH}}$

Resolución:
$$\frac{\overline{MH}}{\overline{MA}} = \frac{4k}{9k}$$
$\overline{MG}^2 = (\overline{MA})(\overline{MH}) = (9k)(4k) = 36k^2$
$\overline{MG} = 6k$

Piden: $\frac{\overline{MG}}{\overline{MH}}$
$$\therefore \frac{6k}{4k} = \frac{3}{2} = 1,5$$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 2,5 $\textcircled{E}$) 1,5

13 El promedio de las edades de 7 personas es 12; si una de ellas tiene 16 años, ¿cuál será el promedio de las 6 restantes?

Resolución:
Sean los números:
$$\overline{MA} = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_7}{7} = 12$$
$\Rightarrow a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_7 = 84$
$\Rightarrow a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_6 = 84 - 16$
$$\overline{MA} = \frac{a_1 + a_{21} + a_3 + ... + a_6}{6} = \frac{68}{6} = 11,3$$

A) 12,3 B) 11 $\textcircled{C}$) 11,3
D) 12 E) 13

14 Melany gasta en promedio S/.140 diarios durante una semana. Si el primer y último día gastó S/.50 en total, ¿cuánto gastó en los días restantes de la semana?

Resolución:
$$140 = \frac{x + G + y}{7}$$
$x + y + G = 980$
$G = 980 - 50$
$G = 930$
$\therefore$ En los demás días gastó S/.930.

A) S/.360 B) S/.840 $\textcircled{C}$) S/.930
D) S/.950 E) S/.700

Claves

1. D	3. C	5. B	7. A	9. A	11. A	13. C
2. E	4. D	6. C	8. E	10. B	12. E	14. C

Practiquemos

NIVEL 1

Comunicación matemática

1. En la figura se observa a Eduardo, Martín y Lucía, con sus respectivas edades.

Completa los recuadros y calcula la media aritmética.

$$\frac{\boxed{15} + \boxed{17} + \boxed{13}}{3} = \boxed{15}$$

2. Completa los recuadros.

- $\overline{MG} = \sqrt[\boxed{3}]{9 \times 4 \times 25}$
- $\overline{MA} = \dfrac{1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6}{\boxed{6}}$
- $\overline{MH} = \dfrac{\boxed{3}}{\frac{1}{8} + \frac{1}{7} + \frac{1}{18}}$

3. Completa la tabla.

Datos	$\overline{MA}$	$\overline{MG}$	$\overline{MH}$
1 y 3	2	$\sqrt{3}$	1,5
25 y 9	17	15	13, 24
4 y 16	10	8	6,4
2 y 8	5	4	3,2

Razonamiento y demostración

4. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

A) La $\overline{MA}$ de 2; 4 y 6 es igual a la $\overline{MA}$ de 3; 4 y 5. ( )

B) La $\overline{MG}$ de $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{2}$ y 1 es mayor que la $\overline{MG}$ de 2; $\frac{1}{8}$ y $\frac{1}{2}$ ( )

C) La $\overline{MH}$ de 0,15 y 0,75 es un número natural. ( )

5. Si

$a = \overline{MA}(1; 2; 3)$

$b = \overline{MA}(3; 4; 5)$

$c = \overline{MA}(5; 6; 7)$

De las proposiciones:

I. $\overline{MA}(a; b; c) = b$

II. $\overline{MA}(a; b) = \frac{c}{3}$

III. $2\overline{MA}\,(c - a; c - b) = c$

Son verdaderas:

A) Solo I B) Solo II C) I y II
D) I y III E) II y III

Resolución de problemas

6. Calcula la $\overline{MA}$ de 12; 20; 10 y 28.

A) 15,4 B) 18,2 C) 20,3
D) 17,5 E) 22,4

7. Calcula el promedio geométrico de 12; 6 y 3.

A) 3 B) 4 C) 6
D) 8 E) 9

8. Halla la $\overline{MA}$ de $(a + b)$; $2b$; $3a - b$ y $(2a - 2b)$.

A) 1,5a B) 2,6a C) 7,5a
D) 4,3a E) 9,2a

9. Si el promedio de 12; 18; 20 y a es 16, calcula a.

A) 10 B) 12 C) 14
D) 16 E) 18

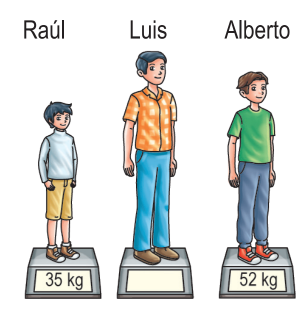
10. La $\overline{MG}$ de dos números es 4 y la $\overline{MH}$ es 32/17. ¿Cuál es el menor de los números?

A) 4 B) 2 C) 3 D) 5 E) 1

NIVEL 2

Comunicación matemática

11. En la figura se observa a tres hermanos: Raúl, Luis y Alberto, con sus pesos respectivos. Si el peso promedio de los tres hermanos es 49 kilogramos, ¿cuánto pesa Luis?



12. Relaciona cada polinomio con su respectiva media aritmética de coeficientes.

$7x^3 + 2x + 1$	40
$5x^2 + x$	2,5
$200x^7$	5,5
$1{,}3x^3 + 5{,}7x^2 + 4x + 11$	25
$201x^{11} + 157x^5 + 122$	2

Razonamiento y demostración

13. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

a) $\overline{MA}(1; 10) = \overline{MA}(2; 9) = \overline{MA}(3; 8)$ ☐

b) $\overline{MG}(4; 9; 6) < \overline{MG}(1; 4; 9; 6)$ ☐

c) $\overline{MA}\left(2\sqrt{3}; 2\right) - \overline{MG}(1; 3) \notin \mathbb{Z}$ ☐

14. Si: $a_1 = 1$

$a_2 = 1 + 2$

$a_3 = 1 + 2 + 3$

Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

a) $\overline{MA}(1; 2; 3) = 2a_1$ ☐

b) $\overline{MG}(2a_1; a_3) > a_2$ ☐

c) $\dfrac{a_1 + a_2 + a_3}{3} \geq 10^{\frac{1}{3}}$ ☐

Resolución de problemas

15. El promedio aritmético de 2 números es 15 y su promedio geométrico es 12. Calcula la diferencia de dichos números.

A) 14 B) 16 C) 18 D) 20 E) 22

16. La $\overline{MG}$ de 4 números es 6; si se considera un quinto número, el promedio se duplica. Determina el número considerado.

A) 192 B) 194 C) 196 D) 198 E) 200

17. El promedio armónico de la mitad y quinta parte de un número es 14. Calcula la suma de las cifras de dicho número.

A) 7 B) 9 C) 11 D) 13 E) 15

18. El promedio de 6 números es 18 y el promedio de otros 8 números es 24. Calcula el promedio de los 14 números.

A) 20,8 B) 21 C) 21,4 D) 21,6 E) 22

19. El mayor promedio de 2 números es 36 y el menor promedio de dichos números es 4. Calcula la $\overline{MG}$ de los dos números.

A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20

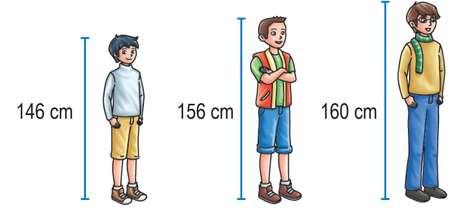
20. El promedio de 8 números es 12; si se consideran 2 números más, el promedio aumenta en 3 unidades. ¿Cuál es el promedio de los 2 números aumentados?

A) 26 B) 27 C) 28 D) 29 E) 30

NIVEL 3

Comunicación matemática

21. En la imagen se muestran las estaturas de tres amigos: Eder, Óscar y Marcos.

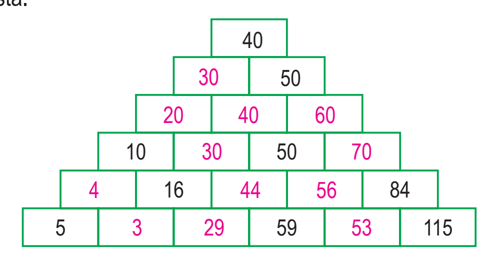


Calcula:

a) El mayor promedio de estaturas: ☐

b) El menor promedio de estaturas: ☐

22. Completa la pirámide, si el valor de cada casillero es la media aritmética de los otros dos números que se encuentran debajo de esta.



Razonamiento y demostración

23. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

a) Si a, b, c $\in \mathbb{N}$ entonces la $\overline{MA}$ de a, b y c es un número natural. ☐

b) Si a, b y c son números primos tal que $\overline{MA}(a; b; c) = 2a$ y $a < b < c < 11$, entonces $[\overline{MG}(a + 1; b + 2; c + 3)]^2 = 150$ ☐

c) Si $\overline{MG}[a; b(a - 1)] = 2a$, entonces $\overline{MH}(a; b - 2) = \overline{MA}(a; b - 2)$. ☐

24. Si $\{x; y; z\} \subset \mathbb{Z}^+$, indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

a) Si $x + 1 = z - 1 = y$, entonces $y < \sqrt[3]{y(y^2 - 1)}$. ☐

b) $\overline{MA}\left(1; \frac{1}{x}; x\right) \times \overline{MH}\left(1; \frac{1}{x}; x\right) = 1$ ☐

c) $x^3 + y^3 > z(xy - z^2)$ ☐

Resolución de problemas

25. El promedio de 12 números es 20; ¿cuál sería el nuevo promedio, si a 8 de estos se les aumenta 4 unidades y a los restantes se les disminuye 2 unidades a cada uno?

A) 20 B) 24 C) 23 D) 21 E) 22

26. El promedio de 10 números es x; si se agrega un número más el promedio no se altera. ¿Cuál es el número aumentado?

A) 10 B) x C) 2x D) x + 10 E) $\frac{x}{2}$

27. Si la media armónica del 20% y el 30% de un número entero es 19,2. Halla dicho número.

A) 60 B) 65 C) 70
D) 80 E) 90

28. Alan, asustado por las notas que estaba sacando (10; 12 y 5) trata de averiguar qué nota debe sacar en su último examen para salir con 10,5 y tentar que el profesor lo apruebe con 11. ¿Qué nota debe obtener?

A) 14 B) 15 C) 16
D) 17 E) 18

29. Determina la diferencia de dos números, sabiendo que su $\overline{MH}$ es $13\frac{4}{17}$, siendo su $\overline{MA}$ y $\overline{MG}$ dos números impares consecutivos.

A) 10 B) 12 C) 14
D) 16 E) 18

30. La edad promedio de 30 personas es 28. ¿Cuántas personas de 30 años deberían retirarse para que el promedio de las restantes sea 25?

A) 18 B) 16 C) 20
D) 17 E) 19

31. Dos números están en la relación de 81 a 100. ¿En qué relación estarán su media aritmética y geométrica?

A) $\frac{181}{180}$ B) $\frac{141}{140}$ C) $\frac{171}{170}$
D) $\frac{121}{120}$ E) $\frac{191}{190}$

32. La edad promedio de 25 personas es 22 años ¿cuántas personas de 25 años deberán retirarse para que el promedio de las restantes sea 20 años?

A) 2 B) 3 C) 8
D) 5 E) 10

33. El promedio armónico de 40 números es 16 y el promedio armónico de otros 30 números diferentes de los anteriores es 12. Calcula el promedio armónico de los 70 números.

A) 13,5 B) 10 C) 13
D) 14 E) 15

34. El promedio de dos números es 3. Si se duplica el primero y se quintuplica el segundo, el nuevo promedio es 9. Los números originales están en la razón de:

A) 3:1 B) 4:3 C) 3:2
D) 2:1 E) 5:2

35. Seis mujeres están reunidas. Si ninguna pasa de los 60 años y el promedio de las edades es de 54 años, la mínima edad que pueden tener una de ellas es:

A) 22 B) 24 C) 26
D) 28 E) 30

36. La media armónica de dos números es igual a la mitad del número mayor y la media aritmética excede a la media armónica en 24. Indica la diferencia de los números.

A) 96 B) 64 C) 60
D) 48 E) 72

37. El promedio de las notas en un curso de 40 alumnos fue 12. Los primeros 5 obtuvieron un promedio de 10 y los 10 últimos, un promedio de 15. Halla la nota promedio de los restantes.

A) 11,2 B) 12,5 C) 10
D) 12 E) 13,5

38. Se tiene tres números de los que se sabe que la suma de los productos de dos en dos es 1728 y que su promedio armónico es a 36 como 18 es a 8. Halla el promedio geométrico de los tres números.

A) 64 B) 63 C) 24
D) 46 E) 36

39. El promedio geométrico de 3 números enteros es el doble del menor, el promedio armónico es 72/7 y el promedio aritmético de los mismos es 14. Halla la diferencia de los mayores.

A) 6 B) 16 C) 14
D) 11 E) 12

40. Para dos números A y B se cumple:

$\overline{MA} \times \overline{MH} = 196$

$\overline{MA} \times \overline{MG} = 245$

Halla la razón aritmética de A y B.

A) 21 B) 45 C) 28
D) 51 E) 31

41. La media geométrica de dos números es 210. Si su diferencia es 8 veces la diferencia de su media geométrica y su media aritmética. Halla la diferencia de dichos números.

A) 224 B) 350 C) 225
D) 126 E) 120

42. El promedio de las edades de tres niños es igual a x. Si se aumenta un niño más el promedio disminuye en 2. Son ciertas:

1. Por lo menos uno de los niños es menor que el cuarto.
2. Por lo menos un niño es mayor.
3. El cuarto niño es el menor de todos.

A) Solo 1 B) Solo 2 C) Solo 3
D) 1 y 2 E) 2 y 3

Claves

NIVEL 1	9. C	17. D	25. E	34. D
1.	10. E	18. C	26. B	35. B
2.	NIVEL 2	19. A	27. D	36. A
3.	11.	20. B	28. B	37. A
4.	12.	NIVEL 3	29. D	38. E
5. D	13.	21.	30. A	39. E
6. D	14.	22.	31. A	40. A
7. C	15. C	23.	32. E	41. A
8. A	16. A	24.	33. D	42. B

Aplicamos lo aprendido

TEMA 2: ESTADÍSTICA

1 Se tienen los promedios de 10 estudiantes del curso de Física I.

10,2	13,6	11,9	12,8	10,8
13,0	12,2	14,4	11,4	16,2

Si se clasifican los datos en 4 intervalos de clase, halla $h_3 + F_2$.

A) 4,2 B) 3,4 C) 7,2
D) 7,4 E) 4,4

2 Del siguiente cuadro de frecuencias:

I_i	f_i	h_i
[600; 800⟩		1/x
[800; 1000⟩	3	3/x
[1000; 1200⟩		6/x
[1200; 1400]		2/x

Halla: $f_1 + f_4 + h_3$

A) 3,2 B) 3,5 C) 4,25
D) 7,5 E) 3,25

3 Se tiene la distribución de las estaturas de 50 alumnos del 1.er y 2.° año de secundaria de una I. E.

I_i	F_i	H_i
[1,40; 1,45⟩		
[1,45; 1,50⟩		0,56
[1,50; 1,55⟩		
[1,55; 1,60]		

¿Cuántos alumnos poseen una estatura menor a 1,50 m?

A) 30 B) 28 C) 26
D) 24 E) 22

4 Se tiene el siguiente cuadro de frecuencia:

I_i	f_i	F_i
[50; 70⟩		8
[70; 90⟩	10	
[90; 110⟩		30
[110; 130⟩		
[130; 150]	9	50

Halla: $f_3 + f_4 + f_1$

A) 22 B) 32 C) 26
D) 30 E) 31

5 Calcula a + b + c + d, si:

I_i	f_i
[20; a⟩	13
[; b⟩	d
[; 35⟩	16
[; c]	14
	n = 60

A) 112 B) 114 C) 120
D) 125 E) 130

6 Un dentista observa el número de caries en cada uno de los 100 niños de un colegio. La información obtenida aparece en la siguiente tabla:

N.° de caries	f_i	h_i
0		0,25
1		0,2
2		
3		0,15
4		0,05

¿Cuántos niños tienen menos de 4 caries?

A) 80 B) 45 C) 95
D) 25 E) 100

7 De la siguiente tabla de distribución de frecuencia indica qué tanto por ciento del total tienen edades desde 16 hasta 23 años.

Edades	f_i	h_i
[12; 16⟩	20	
[16; 20⟩	40	
[20; 24⟩		0,30
[24; 28]	10	0,10

A) 40% B) 60% C) 70%
D) 80% E) 90%

8 Se tiene la tabla de distribución de las edades de personas que fueron hospitalizadas en un determinado hospital durante un año.

Edades	f_i	F_i
[10; 20⟩		
[20; 30⟩		
[30; 40⟩		
[40; 50⟩	15	81
[50; 60]		

¿Cuántas personas que fueron hospitalizadas tenían menos de 40 años?

A) 60 B) 62 C) 63
D) 64 E) 66

9 Calcula la diferencia entre la media y la mediana de los siguientes datos:

5	8	9	5	5	8
3	10	5	8	3	9

A) 0 B) 0,5 C) 0,75
D) 0,9 E) 1

10 Se tienen las notas finales de 15 alumnos en el curso de Aritmética, del 1.er año de secundaria de una I. E.

18	16	15	15	18
15	17	16	17	17
17	16	17	17	16

Halla la diferencia entre la mediana y la moda.

A) 0,25 B) 0,5 C) 0,75
D) 1 E) 0

11 Los siguientes datos corresponden al número de horas que dedican a la semana a estudiar, los alumnos del 1.er año de secundaria de una I. E.

20	18	20	24	28	18	18	20
28	20	18	20	20	24	24	18

Calcula la diferencia entre la media y la moda.

A) 1,5 B) 1,25 C) 1,225
D) 1,125 E) 2

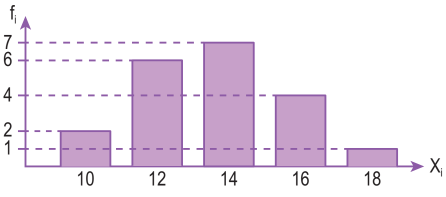
12 En el diagrama circular se muestran las preferencias de un grupo de personas sobre 3 productos: A, B y C.

Producto B — Producto A
116° 4x° 5x° 99° 145°
Producto C 27,5 %

Halla x.

A) 25 B) 26 C) 27
D) 28 E) 29

13 Del diagrama de barras:



Halla Me + Mo.

A) 20 B) 22 C) 26
D) 28 E) 30

14 Se tiene el histograma de la distribución de frecuencias del ingreso familiar semanal en soles.

f_i: 32, 28, 24, 16
300 400 500 600 700 Ingreso en S/.

¿Cuántas familias tienen ingresos menores que S/.500?

A) 30 B) 60 C) 24
D) 28 E) 80

Claves

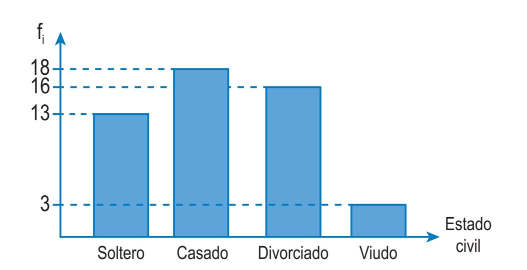
1. C 2. B 3. B 4. E 5. A 6. C 7. C 8. E 9. A 10. E 11. D 12. E 13. D 14. B

Practiquemos

NIVEL 1

Comunicación matemática

Enunciado para los problemas 1; 2 y 3.
En el siguiente diagrama de barras se muestra el número de trabajadores de una empresa según su estado civil.



1. ¿Cuántos trabajadores tiene dicha empresa?

Respuesta: 50

2. ¿Qué porcentaje del total de trabajadores son casados?

Respuesta: 36%

3. ¿Qué porcentaje del total de trabajadores son viudos?

Respuesta: 6%

Razonamiento y demostración

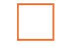
Enunciado para los problemas 4 y 5.
Dada la siguiente tabla de distribución:

X_i	f_i	F_i
X_1	f_1	F_1
X_2	f_2	F_2
X_3	f_3	F_3
X_4	f_4	F_4
	n	

4. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

a) $F_2 = f_1 + f_2$ ( )

b) $F_4 = n$ ( )



c) $F_1 + F_2 = n$ ( )

5. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

a) $F_1 - f_1 = n$ ( )

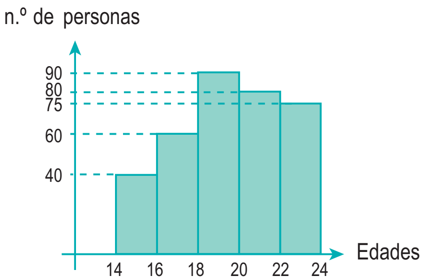
b) $F_3 + f_4 = n$ ( )

c) $f_1 + f_2 = n$ ( )

Resolución de problemas

6. Se hizo una encuesta en un auditorio sobre el número de personas que postulan a medicina y se las clasifica por edades.

Luego, se hizo el siguiente histograma:



Determina el tamaño de la muestra.

A) 345 B) 410 C) 520
D) 350 E) 380

7. Para el siguiente conjunto de datos:
1; 1; 2; 3; 2; 5; 7; 8; 13; 14; 2; 3; 14; 5; 6; 7; 8
Determina la mediana.

A) 2 B) 3 C) 5
D) 7 E) 8

8. Para el siguiente conjunto de datos:
3; 3; 4; 5; 4; 7; 9; 10; 15; 16; 4; 5; 16; 7; 8; 9; 10
Determina la moda.

A) 4 B) 5 C) 7
D) 8 E) 9

9. Para dictar la clase de aritmética se tiene 6 tizas de diferentes colores cuyos pesos en gramos, ordenados de menor a mayor, son: 9; 9; 13; 32; 33. Calcula la mediana de los datos.

A) 13 B) 16 C) 15
D) 15,5 E) 16,5

10. Se tienen los siguientes datos:

20	12	18	17	14	10	12	20	11
18	13	15	19	18	4	7	3	13

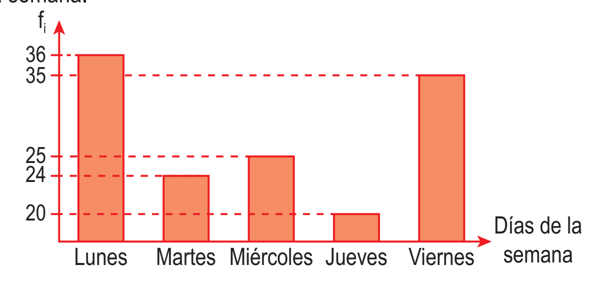
Calcula la suma de la moda, la mediana y la media.

A) 43,21 B) 44,21 C) 45,06
D) 47,27 E) 48,12

NIVEL 2

Comunicación matemática

Enunciado para los problemas 11 y 12.
El siguiente diagrama muestra el número de trabajadores de una determinada empresa, que llegaron tarde a su centro laboral durante la semana.



11. ¿Cuántas tardanzas se registraron toda la semana?

Respuesta: 140

12. ¿Qué porcentaje del total de tardanzas, se registró el día jueves?

Respuesta: 14.29%

Razonamiento y demostración

Enunciado para los problemas 13 y 14.
Dada la siguiente tabla de frecuencias, cuyos intervalos de clase son de ancho constante:

I_i	f_i	h_i	F_i	H_i
$[a_1 ; a_2\rangle$	f_1	h_1	F_1	H_1
$[a_2 ; a_3\rangle$	f_2	h_2	F_2	H_2
$[a_3 ; a_4\rangle$	f_3	h_3	F_3	H_3
$[a_4 ; a_5]$	f_4	h_4	F_4	H_4
	n			

13. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

a) $h_4 > 1$ ( )

b) $f_1 < F_1$ ( )

c) $h_1 + h_2 = H_2$ ( )

14. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

a) $h_1 < H_2$ ( )

b) $F_3 = f_1 + f_2$ ( )

c) $h_1 + h_2 > 1$ ( )

Resolución de problemas

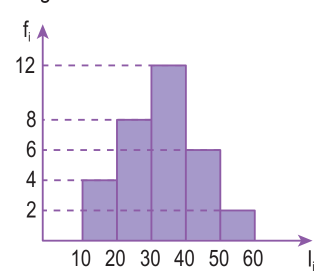
15. Dada la siguiente distribución de frecuencias:

I_i	$[10; 24\rangle$	$[24; 38\rangle$	$[38; 52\rangle$	$[52; 66\rangle$
f_i	14	26	24	16

Halla la media.

A) 38 B) 39 C) 37
D) 36 E) 38,35

16. Del siguiente histograma:



Halla la media.

A) 32 B) 32,451 C) 33,25
D) 33,125 E) 33,55

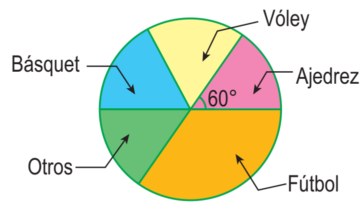
17. Dada la siguiente distribución discreta:

X_i	2	4	6	10
f_i			16	10
F_i	6	20		

Calcula la mediana y la moda, respectivamente.

A) 2; 10 B) 4; 6 C) 6; 6
D) 10; 4 E) 6; 10

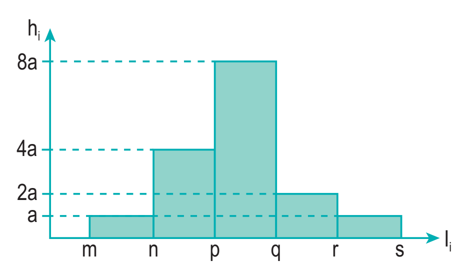
18. El diagrama circular muestra las preferencias de n alumnos de una I. E. sobre sus deportes favoritos.



Si 50 alumnos prefieren ajedrez, entonces n es:

A) 150 B) 200 C) 250
D) 300 E) 350

Enunciado para los problemas 19 y 20.
Se tiene el siguiente histograma de frecuencias relativas de 400 observaciones.



19. ¿Cuántas observaciones hay en el rango [p; s]?

A) 240 B) 245 C) 250
D) 269 E) 275

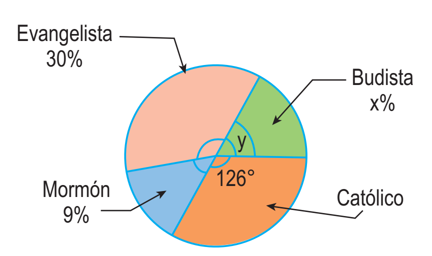
20. ¿Cuántas observaciones hay en el rango $[n; r\rangle$?

A) 250 B) 300 C) 350
D) 400 E) 450

NIVEL 3

Comunicación matemática

Enunciado para los problemas 21 y 22.
Se encuesta a 100 personas acerca de su creencia religiosa, obteniendo el siguiente diagrama circular:



21. El valor de x es: 26

22. El valor de y es: 93,6%

Razonamiento y demostración

Enunciado para los problemas 23 y 24.
Considerando que la siguiente distribución de frecuencias tiene ancho de clase común.

I_i	x_i	f_i	h_i
[; 30⟩	25	b + 1	
[; ⟩		$\overline{1b}$	0,32
[; ⟩		$\overline{1(b+1)}$	
[;]		$\overset{\circ}{10}$	
		$n = \overset{\circ}{10}$	

23. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

a) $b = \overset{\circ}{3}$ ☐

b) $f_4 = 10$ ☐

c) $n = 50$ ☐

24. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

a) $x_2 + x_3 = 90$ ☐

b) $x_4 + f_4 = 65$ ☐

c) $h_4 + h_1 < h_3$ ☐

Resolución de problemas

25. Dada la siguiente distribución de frecuencias:

I_i	[6; 16⟩	[16; 26⟩	[26; 36⟩	[36; 46⟩	[46; 56]
f_i	10	16	20	9	5

Halla la media.

A) 25,5 B) 26,16 C) 27,18
D) 28,17 E) 24,3

26. Dada la siguiente distribución de frecuencias:

I_i	[26; 34⟩	[34; 42⟩	[42; 50⟩	[50; 58⟩	[58; 66]
f_i	16	25	29	23	10

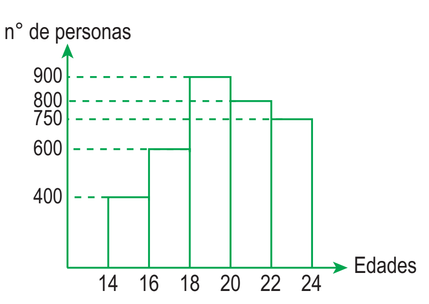
Halla: $\overline{X} + H_4 + F_3$

A) 115,13 B) 112,71 C) 111,18
D) 115,81 E) 110,53

27. La familia Mendieta tiene 6 hijos: 3 trillizos, 2 mellizos y uno menor de 6 años. Si al calcular la media, mediana y moda de estas edades resultaron 10; 11 y 12, respectivamente. Halla la diferencia entre la máxima y mínima edad.

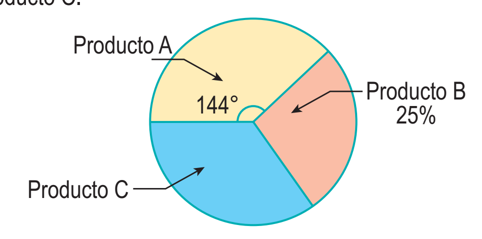
A) 10 B) 6 C) 8
D) 7 E) 9

28. En el último examen de admisión se observó las edades de los postulantes, las cuales se muestran en el cuadro. Calcula la edad promedio.



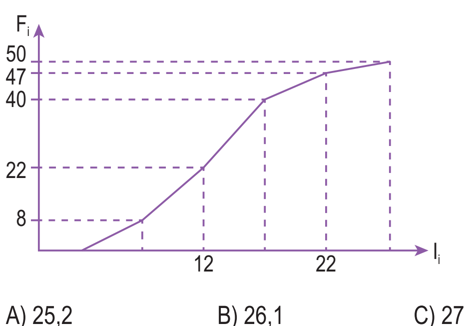
A) 18,37 B) 15,61 C) 19,52
D) 17,53 E) 13,32

29. En el diagrama circular se muestra las preferencias de 300 personas sobre tres productos, halla cuántas personas prefieren el producto C.



A) 80 B) 25 C) 105
D) 120 E) 240

30. De la siguiente ojiva de datos, halla $\overline{X} + F_2 + h_4 + h_5$
Considera el ancho de clase constante.



A) 25,2 B) 26,1 C) 27
D) 27,8 E) 28

Claves

NIVEL 1	**7.** C	**13.**	**20.** C	**26.** D
1.	**8.** A	**14.**	NIVEL 3	**27.** C
2.	**9.** A	**15.** E	**21.**	**28.** C
3.	**10.** C	**16.** D	**22.**	**29.** C
4.	NIVEL 2	**17.** C	**23.**	**30.** C
5.	**11.**	**18.** D	**24.**	
6. A	**12.**	**19.** E	**25.** D	

Aplicamos lo aprendido

TEMA 3: ANÁLISIS COMBINATORIO

1 Para viajar de Lima a Arequipa hay 2 aerolíneas y 5 líneas terrestres. ¿De cuántas maneras diferentes se puede ir de Lima a Arequipa?

Resolución:
$2 + 5 = 7$

A) 6 B) 7 C) 8
D) 9 E) 10

2 ¿De cuántas maneras diferentes se puede ir desde A hacia C y luego regresar a A, de modo que no se regrese por el camino que se tomó para la ida?

A B C

Resolución:
Ida: $5 \times 4 = 20$
Vuelta: $(5 - 1) \times (4 - 1) = 12$
$\therefore\ 12 \times 20 = 240$

A) 240 B) 250 C) 300
D) 320 E) 340

3 Calcula: $2! + 3! + 4!$

Resolución:
$2! = 1 \times 2 = 2$
$3! = 1 \times 2 \times 3 = 6$
$4! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24$
$\therefore\ 2 + 6 + 24 = 32$

A) 24 B) 28 C) 32
D) 36 E) 40

4 Halla:
$\dfrac{2! \times 6!}{5!}$

Resolución:
$\dfrac{2! \times 5! \times 6}{5!} = 12$

A) 2 B) 4 C) 8
D) 10 E) 12

5 Calcula:
$\dfrac{n! \times 8! \times (n+1)}{6! \times (n+1)!}$

Resolución:
$\dfrac{n! \times (n+1) \times 8!}{6! \times (n+1)!} = 56$

A) 48 B) 56 C) 60
D) 64 E) 68

6 Halla: $3! + C_3^6$

Resolución:
$3! + C_3^6 = 3! + \dfrac{6!}{(6-3)! \times 3!} = 3! + 20 = 26$

A) 22 B) 24 C) 26
D) 28 E) 30

7 Halla: $V_2^7 + C_{11}^{12}$

Resolución:

$V_2^7 = \dfrac{7!}{(7-2)!} = 6 \times 7 = 42$

$C_{11}^{12} = \dfrac{12!}{11!(12-11)!} = 12$

$\therefore 42 + 12 = 54$

A) 12 (B) 54 C) 64
D) 70 E) 72

8 Lizbeth tiene 6 blusas y 5 faldas, todas de diferentes colores. ¿De cuántas maneras puede vestirse, si la blusa roja siempre la usa con una falda morada?

Resolución:

$(6-1) \times (5-1) + 1 = 21$

A) 19 B) 20 (C) 21
D) 24 E) 28

9 Para ir de un distrito a otro hay 3 líneas de ómnibus, 7 de coaster y 4 líneas de microbús. ¿De cuántas formas distintas se puede realizar dicho recorrido en alguna de estas líneas?

Resolución:

$3 + 7 + 4 = 14$

A) 13 (B) 14 C) 15
D) 16 E) 17

10 Manuel tiene 6 pantalones que combinan con 8 camisas y también 5 shorts que hacen juego con 7 polos diferentes. ¿De cuántas maneras diferentes podrá vestirse?

Resolución:

$6 \times 8 + 5 \times 7 = 48 + 35 = 83$

A) 80 B) 81 C) 82
(D) 83 E) 84

11 De una ciudad M a una ciudad N hay 4 caminos diferentes y de la ciudad N a la ciudad P hay 6 caminos diferentes. ¿De cuántas maneras se podrá ir de M a P, si siempre debe pasar por N?

Resolución:

$4 \times 6 = 24$

A) 20 (B) 24 C) 26
D) 28 E) 32

12 Con las cifras 1; 2; 4 y 8, ¿cuántos números de 4 dígitos mayores que 6000 se pueden formar?

Resolución:

$6000 < \overline{8abc}$

a	b	c
1	1	1
2	2	2
4	4	4
8	8	8

$4 \times 4 \times 4 = 64$

A) 24 B) 48 C) 58
D) 60 (E) 64

13 ¿Cuántos números enteros mayores que 10 y menores que 100 se pueden formar con las cifras 1; 2; 3; 4 y 5?

Resolución:

$10 < \overline{ab} < 100$

a	b
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5

$5 \times 5 = 25$

A) 20 B) 22 (C) 25
D) 30 E) 32

14 Martín tiene 3 pares de zapatos, 3 pantalones diferentes y 3 camisas diferentes. ¿Durante cuántos días como mínimo repetirá su forma de vestir durante el mes de octubre?

Resolución:

$3 \times 3 \times 3 = 27$

$31 - 27 = 4$

(A) 4 B) 5 C) 6
D) 7 E) 8

Claves

1. B	3. B	5. B	7. B	9. B	11. B	13. C
2. A	4. E	6. C	8. C	10. D	12. E	14. A

Practiquemos

NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Completa los recuadros:

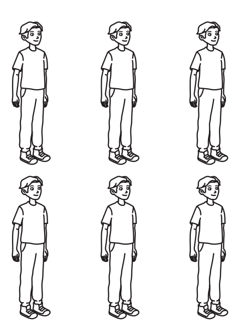
7! = [1] × [2] × [3] × [4] × [5] × [6] × [7]

[5]! = 1 × 2 × 3 × 4 × 5

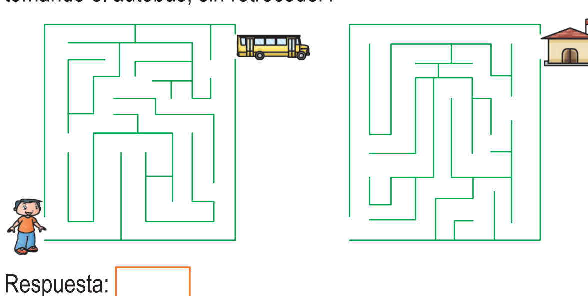
4! = 1 × [2] × 3 × 4

6! = 1 × 2 × [3] × [4] × [5] × 6

2. Adriano tiene 3 polos de diferentes colores: rojo, amarillo y verde; y 2 pantalones de diferentes colores: azul y negro. En la figura, pinta de los colores indicados de modo que se obtenga todas las maneras diferentes de cómo se pueda vestir Adriano.



3. De la figura, ¿de cuántas maneras Pepito puede ir a la escuela tomando el autobús, sin retroceder?



Respuesta: [ ]

Razonamiento y demostración

4. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

A) $2! + 3! \neq 2 + 3$ ( )

B) $1 + 2 + 3 = 3!$ ( )

C) $1! = 0!$ ( )

5. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

A) $C_2^4 = V_2^4$ ( )

B) $4! = 12 \times 3$ ( )

C) $2! > 2$ ( )

Resolución de problemas

6. Halla: $6! + 8!$

A) 40 500 B) 41 040 C) 42 705
D) 42 980 E) 50 040

7. Calcula: $\dfrac{2! + 3! + 4!}{4}$

A) 2 B) 4 C) 6
D) 8 E) 10

8. Halla: $\dfrac{5! + 7!}{15} + 3!$

A) 340 B) 344 C) 350
D) 358 E) 360

9. Calcula: $2! + C_2^5 + V_1^{13}$

A) 25 B) 26 C) 27
D) 28 E) 29

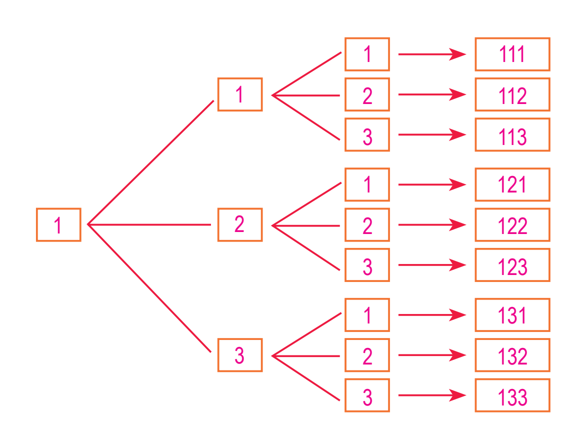
10. Para viajar de Lima a Cusco hay 2 aerolíneas y 3 líneas terrestres. ¿De cuántas maneras diferentes se puede ir de Lima a Cusco utilizando dichos medios?

A) 6 B) 5 C) 9 D) 8 E) 12

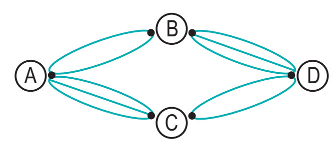
NIVEL 2

Comunicación matemática

11. Se quiere formar todos los números posibles de tres dígitos menores que 200, con las cifras 1; 2 y 3. Completa el diagrama de árbol siguiente.



12. ¿De cuántas maneras se puede ir de A hasta D, siempre avanzando?



Respuesta: [ ]

Razonamiento y demostración

13. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

A) $C_3^7 \leq C_4^8$ ( )

B) $V_1^2 + V_2^2 > 4$ ( )

C) $C_1^2 + C_2^2 \geq 3$ ( )

14. Si:
$N = MCD(A!; B!)$
De las proposiciones:

I. Si $A > B$, entonces $N = B$.
II. Si $B > A$, entonces $N = A!$
III. Si $A = B - 1$, entonces $N = (B - 1)!$

Son verdaderas:

A) Solo I B) Solo II C) I y II
D) II y III E) Todas

Resolución de problemas

15. Para ir del local de Wilson al de San Felipe se tiene 4 líneas de ómnibus, 6 líneas de coaster y 5 líneas de microbús. ¿De cuántas formas distintas se puede realizar dicho recorrido en alguna de estas líneas?

A) 13 B) 15 C) 16
D) 17 E) 18

16. Si Maribel tiene 5 faldas que combinan con 3 blusas y también 9 pantalones que hacen juego con 6 polos diferentes. ¿De cuántas maneras distintas podrá vestirse?

A) 50 B) 62 C) 65
D) 69 E) 72

17. De una ciudad A a la ciudad B hay 3 caminos diferentes y de la ciudad B a la ciudad C hay 8 caminos diferentes. ¿De cuántas maneras se podrá ir de A a C?

A) 11 B) 12 C) 22
D) 24 E) 72

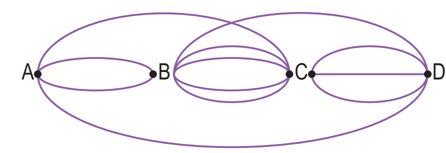
18. María tiene 4 blusas y 6 minifaldas, todas de diferentes colores. ¿De cuántas maneras puede vestirse, si la blusa roja siempre la usa con una morada y viceversa?

A) 15 B) 24 C) 22
D) 16 E) 20

NIVEL 3

Comunicación matemática

Enunciado para los problemas 19 y 20.
De la figura:



19. ¿De cuántas maneras se puede ir desde A hasta C sin retroceder?

Respuesta: ____

20. ¿De cuántas maneras se puede ir desde A hasta D sin retroceder?

Respuesta: ____

Razonamiento y demostración

21. Sea el numeral: $\overline{abc}_{(d)}$, indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

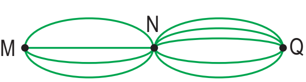
A) Si $d = 3$, entonces existen 18 numerales de la forma $\overline{abc}_{(3)}$. ( )
B) Si $d < 3$, entonces existen 5 numerales de la forma $\overline{abc}_{(d)}$. ( )
C) Si $d = 5$, entonces existen 48 numerales de la forma $\overline{abc}_{(5)}$. ( )

22. Si: $x + y = z$, $\{x; y; z\} \in \mathbb{N}^+$, indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

A) Si $z = 2$, entonces existen 10 numerales de la forma xyt en base 10. ( )
B) Si $z = 3$, entonces existen 60 numerales de la forma xyt en base 10. ( )
C) Si $x = 1$, entonces existen 90 numerales de la forma xyzt en base 10. ( )

Resolución de problemas

23. ¿De cuántas maneras diferentes se puede ir de M a Q y luego regresar a M tal que no se regrese por el camino que se tomó para la ida?



A) 400 B) 200 C) 380 D) 420 E) 240

24. ¿Cuántos números enteros, mayores que 10 y menores que 100 se pueden formar con las cifras 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7 y 8?

A) 72 B) 58 C) 64 D) 50 E) 35

25. Con las cifras 1; 3; 5 y 7, ¿cuántos números mayores que 6000 puedo formar?

A) 24 B) 54 C) 64 D) 84 E) 94

26. Eva María tiene 2 pares de zapatos diferentes, 3 pantalones diferentes y 4 blusas también diferentes. ¿Cuántos días como mínimo deberá repetir su forma de vestir durante el mes de noviembre?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

Claves

NIVEL 1
1.
2.
3.
4.
5.
6. B
7. D
8. C
9. A
10. B

NIVEL 2
11.
12.
13.
14. D
15. B
16. D
17. D
18. D

NIVEL 3
19.
20.
21.
22.
23. E
24. C
25. C
26. C

Aplicamos lo aprendido

TEMA 4: PROBABILIDADES

1 Halla la probabilidad de obtener solamente una cara al lanzar dos monedas.

Resolución:

Ω = {SS; SC; CS; CC}

A = {SC; CS}

$P(A) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{8}$

D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{3}{2}$

2 Si se lanza un dado, halla la probabilidad de obtener un número múltiplo de 3.

Resolución:

Ω = {1; 2; 3; 4; 5; 6}

A = {3; 6}

$\Rightarrow P(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{3}{4}$

D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{2}{3}$

3 En un aula hay 11 varones y 14 mujeres. Si se selecciona una persona al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?

Resolución:

$n(\Omega) = 25$

$n(A) = 14$

$\Rightarrow P(A) = \frac{14}{25}$

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{14}$ C) $\frac{1}{25}$

D) $\frac{11}{25}$ E) $\frac{14}{25}$

4 Al lanzar un dado, ¿cuál es la probabilidad de obtener un número primo?

Resolución:

Ω = {1; 2; 3; 4; 5; 6}

A = {2; 3; 5}

$P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{2}$

D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{6}$

5 Halla la probabilidad de que al lanzar un dado se obtenga un número mayor que 3.

Resolución:

Ω = {1; 2; 3; 4; 5; 6}

A = {4; 5; 6}

$P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{8}$

D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{5}{6}$

6 ¿Cuál es la probabilidad de que al lanzar dos monedas se obtenga dos sellos?

Resolución:

Ω = {CS; CC; SC; SS}

A = {SS}

$P(A) = \frac{1}{4}$

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{1}{4}$

D) $\frac{2}{3}$ E) N. A.

7 En una urna hay 4 bolas rojas y 2 bolas azules. ¿Cuál es la probabilidad de extraer una bola azul?

Resolución:

A: se extrae una bola azul.

$\Rightarrow P(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{8}$

(D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{2}{3}$

8 En una urna hay 8 fichas color verde, 5 color negro y 7 de color blanco. ¿Cuál es la probabilidad de extraer una ficha de color verde?

Resolución:

A: se extrae una ficha de color verde.

$\Rightarrow P(A) = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$

A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{1}{2}$

D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{4}$

9 En una caja se tiene 6 bolas rojas y 4 azules. ¿Cuál es la probabilidad de extraer una bola roja?

Resolución:

A: se extrae una bola roja.

$P(A) = \frac{6}{10} = 0,6$

A) 0,4 B) 0,5 (C) 0,6

D) 0,7 E) 0,8

10 Si se lanzan simultáneamente un dado y una moneda, ¿cuál es la probabilidad de obtener una cara y un número par?

Resolución:

C → 1: (C; 1), 2: (C; 2), 3: (C; 3), 4: (C; 4), 5: (C; 5), 6: (C; 6)

S → 1: (S; 1), 2: (S; 2), 3: (S; 3), 4: (S; 4), 5: (S; 5), 6: (S; 6)

A: se obtiene una cara y un número par.

$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} = 0,25$

A) 0,20 B) 0,21 (C) 0,25

D) 0,35 E) 0,50

11 Se ha lanzado un dado. Halla la probabilidad de obtener el mayor número primo.

Resolución:

$\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

$A = \{5\}$

$\Rightarrow P(A) = \frac{1}{6}$

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}$

D) $\frac{1}{5}$ (E) $\frac{1}{6}$

12 Una urna contiene 20 bolas numeradas del 1 al 20. Halla la probabilidad de que al extraer una bola al azar, resulte un número par.

Resolución:

$\Omega = \{1; 2; 3; 4; ...; 20\}$

Sea el evento:

A: la bola extraída resulta un número par.

$\Rightarrow A = \{2; 4; 6; 8; ... ; 20\}$

Luego:

$P(A) = \frac{10}{20} = \frac{1}{2} = 0,5$

A) 0,1 B) 0,2 C) 0,3

D) 0,4 (E) 0,5

13 Se escribe al azar un número de dos cifras, ¿cuál es la probabilidad de que dicho número escrito sea múltiplo de 3?

Resolución:

a	b
1	0
2	1
⋮	⋮
9	8
	9

$9 \times 10 = 90 \Rightarrow n(\Omega) = 90$

A: el número escrito es múltiplo de 3.

$A = \{12; 15; 18; ...; 99\}$

$n(A) = \frac{99 - 12}{3} + 1 = 30$

$\therefore P(A) = \frac{30}{90} = \frac{1}{3}$

A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$

D) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{3}{5}$

14 En una caja hay 10 piezas idénticas marcadas con los números 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10. Si se escoge al azar una pieza, halla la probabilidad de que la pieza extraída sea un número compuesto.

Resolución:

$\Omega = \{1; 2; ...; 10\}$

$A = \{4; 6; 8; 9; 10\}$

$P(A) = \frac{5}{10} = 0,5$

A) 0,2 B) 0,3 C) 0,4

(D) 0,5 E) 0,6

Claves

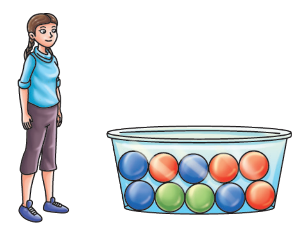
1. A	3. E	5. A	7. D	9. C	11. E	13. B
2. D	4. C	6. C	8. B	10. C	12. E	14. D

Practiquemos

NIVEL 1

Comunicación matemática

Nora se dispone a retirar al azar, una pequeña pelota de la caja de juguetes donde hay cierta cantidad de estas, de igual tamaño pero de diferente color.



1. ¿Cuál es la probabilidad de que Nora retire una pelota verde?

Respuesta: $\frac{1}{5}$

2. ¿Cuál es la probabilidad de que Nora retire una pelota azul?

Respuesta: $\frac{2}{5}$

3. ¿Cuál es la probabilidad de que Nora retire una pelota roja?

Respuesta: $\frac{2}{5}$

Razonamiento y demostración

4. Si se lanza un dado común, indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

A) El espacio muestral tiene 3 elementos. ( )

B) La probabilidad de que salga un 6 es igual a la probabilidad de que salga un 2. ( )

C) La probabilidad de que salga un 6 es mayor a la probabilidad de que salga un 5. ( )

5. Si se lanza una moneda, indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

A) El espacio muestral tiene 2 elementos. ( )

B) La probabilidad de obtener un sello es mayor que la probabilidad de obtener una cara. ( )

C) La probabilidad de obtener un sello es igual a la probabilidad de obtener una cara. ( )

Resolución de problemas

6. Halla la probabilidad de obtener una cara al lanzar una moneda.

A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{2}$
D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{6}$

7. Halla la probabilidad de obtener un 3 al lanzar un dado.

A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{4}$
D) $\frac{1}{2}$ E) N. A.

8. Halla la probabilidad de obtener un número mayor que 5 al lanzar un dado.

A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{4}$
D) $\frac{1}{2}$ E) N. A.

9. Halla la probabilidad de que al lanzar un dado se obtenga un número primo mayor que 2.

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}$
D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{8}$

10. Halla la probabilidad de que al lanzar dos monedas se obtenga dos caras.

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}$
D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{3}{4}$

NIVEL 2

Comunicación matemática

Ruth y Rosa lanzan, cada una, una moneda del mismo valor.

11. ¿Cuál es la probabilidad de que Ruth obtenga un sello y Rosa una cara?

Respuesta: $\frac{1}{4}$

12. ¿Cuál es la probabilidad de que ambas amigas obtengan el mismo resultado?

Respuesta: $\frac{1}{2}$

Razonamiento y demostración

13. En una caja se tienen n fichas idénticas, de las cuales r están pintadas. Si se extrae una ficha al azar, indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

A) El espacio muestral tiene n elementos. ( )

B) La probabilidad de extraer una ficha pintada es $\frac{r}{n}$. ( )

C) La probabilidad de extraer una ficha no pintada es $\frac{n-r}{n}$. ( )

14. Si se lanzan n dados normales, indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

A) El espacio muestral tiene 6^n elementos. ( )

B) La probabilidad de obtener una suma de puntos igual a n es n^{-1}. ( )

C) La probabilidad de obtener igual cantidad de puntos en los n dados es $\frac{n}{6^n}$. ( )

Resolución de problemas

15. Halla la probabilidad de obtener un puntaje múltiplo de 5 al lanzar un dado.

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$

D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{6}$

16. Al lanzar un dado, ¿cuál es la probabilidad de obtener un número compuesto?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$

D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{6}$

17. En un salón hay 11 varones y 9 mujeres. Si se selecciona una persona al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{7}{12}$

D) $\frac{13}{20}$ E) $\frac{9}{20}$

18. En una caja se tiene 3 bolas rojas y 2 bolas azules. ¿Cuál es la probabilidad de extraer una bola roja?

A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{4}{5}$ C) $\frac{1}{3}$

D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

19. En una urna hay 8 fichas de color amarillo y 7 de color verde. Halla la probabilidad de extraer una ficha de color verde

A) $\frac{2}{15}$ B) $\frac{14}{15}$ C) $\frac{2}{5}$

D) $\frac{7}{15}$ E) $\frac{8}{15}$

20. Se lanzan dos dados. Halla la probabilidad de obtener un puntaje igual a 12.

A) $\frac{1}{36}$ B) $\frac{1}{18}$ C) $\frac{2}{9}$

D) $\frac{3}{8}$ E) N. A.

NIVEL 3

Comunicación matemática

En una fiesta de cumpleaños, la mamá de Juanito se dispone a partir una torta decorada con frutas, tal como se muestra en la figura.

Si a la fiesta asisten 11 invitados sin contar a Juanito y a cada uno le debe tocar una fruta en la porción de su torta; responde:

21. ¿Cuál es la probabilidad de que a Juanito le toque una fresa en su porción de torta?

Respuesta:

22. ¿Cuál es la probabilidad de que a Juanito le toque un trozo de mango en su torta?

Respuesta: $\frac{5}{12}$

Razonamiento y demostración

23. Se tiene un dado en forma de un poliedro regular cuyo número de caras es el mayor posible, las cuales están numeradas a partir de 1. Si este es lanzado y se observa el número de la parte inferior, indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

A) El espacio muestral tiene 12 elementos. ( )

B) La probabilidad de que se obtenga el número 17 es nula. ( )

C) La probabilidad de que se obtenga el número 23 es nula. ( )

24. p fichas son numeradas con 1; 2; ...; p, donde p es un número primo mayor que 2 definido de antemano. Si se extrae una ficha al azar, indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

A) El espacio muestral es infinito. ( )

B) La probabilidad de obtener un número múltiplo de dos es $\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{p}\right)$. ( )

C) La probabilidad de obtener un número impar es $\frac{1}{2}\left(1+p^{-1}\right)$. ( )

Resolución de problemas

25. Si se lanza una moneda 3 veces, halla la probabilidad de que aparezcan al menos dos caras.

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}$
D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{1}{4}$

26. Si se lanzan dos dados, halla la probabilidad de que el resultado del 1.^{er} dado sea mayor que el resultado del 2.°.

A) $\frac{1}{36}$ B) $\frac{1}{12}$ C) $\frac{5}{12}$
D) $\frac{7}{12}$ E) $\frac{17}{36}$

27. Se escribe al azar un número de tres cifras. ¿Cuál es la probabilidad de que dicho número sea múltiplo de 5?

A) $\frac{1}{36}$ B) $\frac{1}{12}$ C) $\frac{5}{12}$
D) $\frac{7}{12}$ E) $\frac{17}{36}$

28. Una caja contiene 20 fichas marcadas con los números 11; 12; 13; ...; 30. Si se extrae al azar una ficha, halla la probabilidad de que el número marcado en dicha ficha tenga como suma de cifras un múltiplo de 3.

A) $\frac{1}{19}$ B) $\frac{1}{20}$ C) $\frac{3}{20}$
D) $\frac{3}{10}$ E) $\frac{7}{20}$

29. Se elige una carta aleatoriamente de una baraja de 52 naipes. ¿Cuál es la probabilidad de que sea una espada o un trébol?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{3}{4}$
D) $\frac{2}{3}$ E) N. A.

30. En una carrera de caballos, el caballo Pepito tiene las apuestas 5 a 3 en su contra y el caballo Peluchín las tiene 8 a 2 en su contra. Halla la probabilidad de que cualquiera de estos caballos gane.

A) $\frac{10}{41}$ B) $\frac{9}{40}$ C) $\frac{3}{40}$
D) $\frac{23}{40}$ E) $\frac{17}{40}$

31. Se tiene una barajade 52 naipes, de la cual se extrae un naipe. Halla la probabilidad de que sea un trece.

A) $\frac{1}{52}$ B) $\frac{1}{13}$ C) $\frac{2}{13}$
D) $\frac{4}{13}$ E) $\frac{5}{52}$

Enunciado para los problemas 32; 33 y 34.
Se lanza un dado 100 veces y se obtienen los siguientes resultados.

Puntaje	f_i
1	12
2	17
3	18
4	20
5	19
6	14

32. Halla la probabilidad de obtener un número par.

A) 0,51 B) 0,17 C) 0,2
D) 0,14 E) 0,5

33. Halla la probabilidad de obtener un número multiplicado por tres.

A) $\frac{4}{25}$ B) $\frac{9}{50}$ C) $\frac{7}{50}$
D) $\frac{8}{25}$ E) $\frac{7}{100}$

34. Halla la probabilidad de obtener un número compuesto.

A) $\frac{5}{17}$ B) $\frac{3}{50}$ C) $\frac{8}{51}$
D) $\frac{17}{50}$ E) $\frac{17}{100}$

35. En una urna se tiene nueve bolas rojas, siete amarillas y cuatro verdes. Si se extrae una bola al azar, halla la probabilidad de que la bola extraída no sea de color verde.

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{2}{5}$
D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{4}{5}$

36. Se tienen cuatro urnas, cada una de las cuales contiene las 27 letras del abecedario escritas en 27 papeletas (cada una de estas contiene una letra). Si se extrae al azar una papeleta de cada urna, halla la probabilidad de que se obtenga la palabra "kiko" en ese orden.

A) $\frac{1}{27}$ B) $\frac{4}{27}$ C) $\frac{4}{27^2}$
D) $\frac{1}{27^4}$ E) $\frac{4}{27^4}$

Claves

NIVEL 1	8. B	15. E	22.	30. D
1.	9. B	16. B	23.	31. B
2.	10. D	17. E	24.	32. A
3.	NIVEL 2	18. A	25. A	33. D
4.	11.	19. D	26. C	34. D
5.	12.	20. A	27. A	35. E
6. C	13.	NIVEL 3	28. E	36. D
7. B	14.	21.	29. A	

MARATÓN Matemática

En una prueba de velocidad, se ha medido el tiempo que tardaba cada participante en recorrer una determinada distancia. Los tiempos obtenidos, en segundos, son los siguientes:

10	9	8	8,5	9	12	13	9,5	10	8
8,3	8,1	9,2	9,4	10	10,1	9,2	8,1	11,2	11,1
11,8	11,3	9,3	14	14,5	10,7	11,9	11,5	12	14,1

Si los datos se clasifican en 5 intervalos de clase calcula:

$h_4 + H_2 + f_3 + F_2$

Resolución:

Del enunciado se tiene: $n = 30$
Población: participantes en la prueba de velocidad
Variable X: tiempo que tarda cada participante en recorrer una determinada distancia.
Determinamos $X_{máx.}$ y $X_{mín.}$: $X_{mín.} = 8$; $X_{máx.} = 14,5$

Entonces, el recorrido es: $R = 14,5 - 8 = 6,5$
Del enunciado, el número de intervalos (K) es 5, entonces; la amplitud del intervalo (c) es:

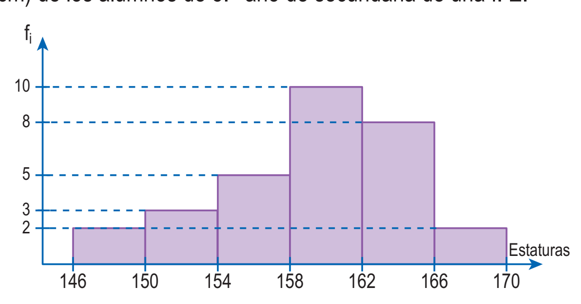
$$c = \frac{R}{K} = \frac{6,5}{5} = 1,3$$

Elaboramos la tabla de frecuencias:

I_i	f_i	h_i	F_i	H_i
[8; 9,3⟩	10	0,33	10	0,33
[9,3; 10,6⟩	7	0,23	17	0,56
[10,6; 11,9⟩	6	0,20	23	0,76
[11,9; 13,2⟩	4	0,13	27	0,89
[13,2; 14,5]	3	0,1	30	0,99 ≈ 1
	n = 30	0,99 ≈1		

Nos piden: $h_4 + H_2 + f_3 + F_2 = 0,13 + 0,56 + 6 + 17 = 23,69$

Enunciado para los problemas 1; 2 y 3.
El siguiente histograma muestra la distribución de las estadísticas (en cm) de los alumnos de 5.° año de secundaria de una I. E.



1. ¿Cuántos alumnos tienen una estatura menor a 1,58 m?

A) 10 B) 11 C) 12
D) 13 E) 14

2. ¿Cuántos alumnos miden entre 1,54 m y 1,66 m de estatura?

A) 20 B) 21 C) 22
D) 23 E) 24

3. ¿Cuántos alumnos tienen una estatura mayor a 1,62 m?

A) 5 B) 6 C) 7
D) 9 E) 10

Enunciado para los problemas 4 y 5.
Al transportar una caja que contiene 21 piezas estándar y 10 no estándar, se ha perdido una pieza, no se sabe cuál. Si se extrae una pieza al azar de la caja, después del transporte, y resulta una estándar.

4. Halla la probabilidad de que fue extraviada una pieza estándar.

A) 1/2 B) 1/3 C) 2/3
D) 3/4 E) 4/5

5. Halla la probabilidad de que fue extraviada una pieza no estándar.

A) 1/2 B) 1/3 C) 2/3 D) 3/4 E) 4/5

6. En el aula del 1.er año de secundaria de una I. E. hay 15 mujeres y 10 hombres. ¿De cuántas maneras se puede elegir un delegado?

A) 21 B) 22 C) 23
D) 24 E) 25

7. En una fiesta hay 9 varones y 7 mujeres. Si se quiere escoger una pareja, ¿de cuántas maneras se puede realizar dicho procedimiento?

A) 7 B) 16 C) 32 D) 63 E) 72

8. ¿Cuántos resultados diferentes se pueden esperar obtener al lanzar una moneda y un dado simultáneamente?

A) 2 B) 6 C) 10 D) 12 E) 16

9. ¿Cuál es la probabilidad de obtener un siete al extraer una carta al azar de una baraja de 52 naipes?

A) 1/2 B) 1/6 C) 1/52
D) 3/52 E) 1/13

10. Se lanzan dos dados simultáneamente. Halla la probabilidad de que se obtenga una suma igual a un número primo.

A) 1/12 B) 5/12 C) 1/2
D) 1/3 E) N. A.

11. El promedio de 3 números es 7. Si la suma de 2 de ellos es 13, ¿cuál es el tercer número?

A) 6 B) 5 C) 9 D) 7 E) 8

12. El promedio geométrico de 10 números es 4 y el de otros 5 es 32. Calcula el promedio geométrico de los 15 números.

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

Instrucciones: completa los tableros subdivididos en 9 cuadrados llenando las celdas vacías con los números del 1 al 9, sin que se repita ninguna cifra en cada fila, columna o cuadrado.

1.

		4		1		6		
	1			6			3	
2		9		3		7		1
8			9	2	1			7
	7		6		3		1	
1			5	7	4			6
6		1		9		5		4
	8			4			9	
		3		5		8		

2.

6	7		3	9			4	
			1		2			
4		2			6		1	5
	6		5					7
2		5		3		1		9
7					4		3	
5	8		4			6		3
			2		3			
	2			5	7		9	1

3.

5			6		9			8
	6			2			9	
		9		3		1		
		2	8	6	7	9		
9			2	5	1			6
		8	3	9	4	5		
		5		1		2		
	9			4			7	
7			9		3			4

4.

4	1	3			9	6		
		8			6		3	9
	9					1	2	
9			4	5		7		
			2		1			
		5		9	7			8
	4	2					7	
3	6		1			8		
		1	3			9	6	4

5.

		7	6			3	8	
8			3			5		
4	3		8		5			6
		6				7	1	2
				7				
7	9	8				6		
9			7		2		3	5
		4			3			1
	2	5			9	8		

6.

			9		7			
		8	5	6	2	9		
	5					8		
7	6	9		2		1		5
	8			1			9	
4		2		5		7	8	3
		7					5	
		4	8	7	5	2		
			1		3			

7.

6	9						8	7
				9				
5		1		7		9		3
		7	5	8	3	1		
1	5						4	8
		2	9	4	1	6		
2		6		5		7		4
				2				
7	4						9	1

8.

	4	2						5
8	5							
			7	3	5		4	8
	6		5				2	9
1		7	9		4	6		3
5	9				2			
9	7		1	4	8			
							7	6
2			6			8	9	

RESPUESTAS:

1.

3	5	4	7	1	9	6	2	8
7	1	8	4	6	2	9	3	5
2	6	9	8	3	5	7	4	1
8	3	6	9	2	1	4	5	7
4	7	5	6	8	3	2	1	9
1	9	2	5	7	4	3	8	6
6	2	1	3	9	8	5	7	4
5	8	7	2	4	6	1	9	3
9	4	3	1	5	7	8	6	2

2.

6	7	1	3	9	5	2	4	8
8	5	9	1	4	2	3	7	6
4	3	2	8	7	6	9	1	5
9	6	3	5	2	1	4	8	7
2	4	5	7	3	8	1	6	9
7	1	8	9	6	4	5	3	2
5	8	7	4	1	9	6	2	3
1	9	6	2	8	3	7	5	4
3	2	4	6	5	7	8	9	1

3.

5	1	3	6	7	9	4	2	8
4	6	7	1	2	8	3	9	5
2	8	9	4	3	5	1	6	7
1	5	2	8	6	7	9	4	3
9	3	4	2	5	1	7	8	6
6	7	8	3	9	4	5	1	2
8	4	5	7	1	6	2	3	9
3	9	6	5	4	2	8	7	1
7	2	1	9	8	3	6	5	4

4.

4	1	3	5	2	9	6	8	7
2	5	8	7	1	6	4	3	9
6	9	7	8	4	3	1	2	5
9	2	6	4	5	8	7	1	3
7	8	4	2	3	1	5	9	6
1	3	5	6	9	7	2	4	8
8	4	2	9	6	5	3	7	1
3	6	9	1	7	4	8	5	2
5	7	1	3	8	2	9	6	4

5.

1	5	7	6	2	4	3	8	9
8	6	9	3	1	7	5	2	4
4	3	2	8	9	5	1	7	6
5	4	6	9	3	8	7	1	2
2	1	3	4	7	6	9	5	8
7	9	8	2	5	1	6	4	3
9	8	1	7	6	2	4	3	5
6	7	4	5	8	3	2	9	1
3	2	5	1	4	9	8	6	7

6.

2	4	1	9	8	7	5	3	6
3	7	8	5	6	2	9	1	4
9	5	6	4	3	1	8	2	7
7	6	9	3	2	8	1	4	5
5	8	3	7	1	4	6	9	2
4	1	2	6	5	9	7	8	3
8	9	7	2	4	6	3	5	1
1	3	4	8	7	5	2	6	9
6	2	5	1	9	3	4	7	8

7.

6	9	4	3	1	2	5	8	7
3	7	8	6	9	5	4	1	2
5	2	1	4	7	8	9	6	3
4	6	7	5	8	3	1	2	9
1	5	9	2	6	7	3	4	8
8	3	2	9	4	1	6	7	5
2	8	6	1	5	9	7	3	4
9	1	3	7	2	4	8	5	6
7	4	5	8	3	6	2	9	1

8.

7	4	2	8	1	9	3	6	5
8	5	3	4	2	6	9	1	7
6	1	9	7	3	5	2	4	8
3	6	8	5	7	1	4	2	9
1	2	7	9	8	4	6	5	3
5	9	4	3	6	2	7	8	1
9	7	6	1	4	8	5	3	2
4	8	5	2	9	3	1	7	6
2	3	1	6	5	7	8	9	4

Instrucciones: completa los tableros subdivididos en 9 cuadrados llenando las celdas vacías con los números del 1 al 9, sin que se repita ninguna cifra en cada fila, columna o cuadrado.

1.

					7	5		
		7	9	6		2		
5	6		1				7	
3			7		6	8	2	
	5						4	
	2	9	5		4			1
	8				1		9	3
		5		3	9	6		
		4	6					

2.

	3							9
		7		5		4		
	5	9			1			6
		6	8		7			
2			3		5			4
			4		9	1		
3			1			2	4	
		1		4		3		
9							5	

3.

4	9			8				7
	6	1					3	9
			6		4		5	
		2		5			8	
3			7	1	8			2
		8		3		9		
	1		8		3			
2	3					8	1	
9				4			2	3

4.

	5		3	4		6		
		6						8
9		7			8	4	1	
		4	9		2			7
2				6				1
3			4		5	2		
	9	3	8			1		2
8						7		
		1		2	9		3	

5.

7		2	3				6	4
6				7		9		
	9				5			8
		6		3				9
	1		7		8		2	
8				4		7		
1			9				4	
		7		1				6
3	2				7	8		1

6.

	3	4		6	1		2	
2				4				1
		1			7	4		6
9		3						
8	1			7			4	9
						8		3
4		8	7			2		
1				8				7
	5		1	2		6	8	

7.

					5		7	
		7	6			2	1	
3	9	8					4	6
			5	4				1
	6	4		7		3	2	
9				1	3			
7	1					6	9	8
	4	9			2	1		
	3		1					

8.

6			5					
2		9		7		3	1	5
4	5			9		8		
			3				2	
3			1	4	2			8
	9				8			
		1		3			4	2
8	2	4		1		7		3
					4			9

Respuestas:

1.

2	9	3	8	4	7	5	1	6
4	1	7	9	6	5	2	3	8
5	6	8	1	2	3	4	7	9
3	4	1	7	9	6	8	2	5
8	5	6	3	1	2	9	4	7
7	2	9	5	8	4	3	6	1
6	8	2	4	5	1	7	9	3
1	7	5	2	3	9	6	8	4
9	3	4	6	7	8	1	5	2

2.

8	3	2	6	7	4	5	1	9
6	1	7	9	5	8	4	2	3
4	5	9	2	3	1	8	7	6
1	4	6	8	2	7	9	3	5
2	9	8	3	1	5	7	6	4
5	7	3	4	6	9	1	8	2
3	8	5	1	9	6	2	4	7
7	6	1	5	4	2	3	9	8
9	2	4	7	8	3	6	5	1

3.

4	9	5	3	8	1	2	6	7
8	6	1	5	7	2	4	3	9
7	2	3	6	9	4	1	5	8
6	7	2	4	5	9	3	8	1
3	5	9	7	1	8	6	4	2
1	4	8	2	3	6	9	7	5
5	1	4	8	2	3	7	9	6
2	3	7	9	6	5	8	1	4
9	8	6	1	4	7	5	2	3

4.

1	5	8	3	4	7	6	2	9
4	3	6	2	9	1	5	7	8
9	2	7	6	5	8	4	1	3
6	1	4	9	8	2	3	5	7
2	8	5	7	6	3	9	4	1
3	7	9	4	1	5	2	8	6
5	9	3	8	7	4	1	6	2
8	4	2	1	3	6	7	9	5
7	6	1	5	2	9	8	3	4

5.

7	5	2	3	8	9	1	6	4
6	8	3	1	7	4	9	5	2
4	9	1	6	2	5	3	7	8
2	7	6	5	3	1	4	8	9
5	1	4	7	9	8	6	2	3
8	3	9	2	4	5	7	1	5
1	6	8	9	5	3	2	4	7
9	4	7	8	1	2	5	3	6
3	2	5	4	6	7	8	9	1

6.

7	3	4	5	6	1	9	2	8
2	6	9	3	4	8	7	5	1
5	8	1	2	9	7	4	3	6
9	7	3	8	5	4	1	6	2
8	1	2	6	7	3	5	4	9
6	4	5	9	1	2	8	7	3
4	9	8	7	3	6	2	1	5
1	2	6	4	8	5	3	9	7
3	5	7	1	2	9	6	8	4

7.

6	2	1	4	3	5	8	7	9
4	5	7	6	8	9	2	1	3
3	9	8	7	2	1	5	4	6
2	7	3	5	4	6	9	8	1
1	6	4	9	7	8	3	2	5
9	8	5	2	1	3	7	6	4
7	1	2	3	5	4	6	9	8
5	4	9	8	6	2	1	3	7
8	3	6	1	9	7	4	5	2

8.

6	1	7	5	8	3	2	9	4
2	8	9	4	7	6	3	1	5
4	5	3	2	9	1	8	7	6
1	4	8	3	5	9	6	2	7
3	7	6	1	4	2	9	5	8
5	9	2	7	6	8	4	3	1
9	6	1	8	3	7	5	4	2
8	2	4	9	1	5	7	6	3
7	3	5	6	2	4	1	8	9